



THÈSE

N° d'ordre :

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par

Discipline ou spécialité : Dynamique des Fluides

Soutenance prévue par Zouhir AMOURA

Le 12 décembre 2008

Etude hydrodynamique de l'écoulement traversant un réseau aléatoire de sphères fixes

JURY

J. P. Bertoglio (LMFA, Lyon)

A. M. Billet (LGC, Toulouse)

J. Borée (LEA, Poitiers)

L. Danaila (CORIA, Rouen)

I. Eames (University College of London)

F. Risso (IMFT, Toulouse)

V. Roig (IMFT, Toulouse)

Président du jury

Membre

Membre

Rapporteur

Rapporteur

Directeur de thèse

Directeur de thèse

Ecole doctorale : MEGep

Unité de recherche : Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT)

Directeur(s) de Thèse : Frédéric RISSO et Véronique ROIG

Résumé :

Etude hydrodynamique de l'écoulement traversant un réseau aléatoire de sphères fixes

Dans de nombreuses applications des inclusions (bulles, gouttes ou particules) sont injectées dans un liquide pour mettre des produits en contact. Sous l'effet de la gravité, le mouvement des inclusions agite le liquide. Nous avons conçu un modèle expérimental capable de reproduire cette agitation à l'aide d'un écoulement à travers un réseau aléatoire de sphères fixes. Nous avons déterminé les propriétés statistiques et spectrales des fluctuations et montré qu'elles étaient représentatives de l'agitation dans un essaim de bulles. Par une décomposition des fluctuations en une contribution correspondant aux inhomogénéités spatiales et une correspondant aux fluctuations temporelles, nous avons jeté un éclairage nouveau sur la *pseudo-turbulence* des écoulements diphasiques.

Mots-clés : réseau aléatoire, sphères, sillage, turbulence, interactions hydrodynamiques, écoulements diphasiques, écoulements à bulles.

Abstract :

Hydrodynamics of the flow through a random array of fixed spheres

In many applications particles (bubbles, drops or particles) are injected into a liquid for enhancing the contact between the phases. The buoyancy-induced motions of the particles causes an intense agitation of the liquid. We designed an original experimental setup able to reproduce this agitation by means of a flow through a random array of fixed spheres. We determined the statistical and spectral properties of the fluctuations and showed that they were similar to those observed in a swarm of rising bubbles. By decomposing the fluctuations in a contribution corresponding to the spatial inhomogeneities and another corresponding to the time fluctuations, we shed light on the nature of *pseudo-turbulence* in two phase flows.

Key-Words : Random array, spheres, wake, turbulence, hydrodynamic interactions, two phase flows, bubbly flows.

Avant-propos

Ce travail de thèse a été réalisé au sein de l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse (IMFT), dans le groupe Interface grâce à une bourse du Ministère de la Recherche et au soutien de la fédération de laboratoires toulousains FERMaT.

D'abord, je tiens à remercier Madame Véronique ROIG et Monsieur Frédéric RISSO, mes co-directeurs de thèse, pour m'avoir fait confiance pendant toute la durée de la thèse, pour leur capacité à transmettre leurs connaissances de manière simple et efficace, pour les conseils réguliers que j'ai reçus et qui me seront sûrement utiles à l'avenir et pour leurs critiques scientifiques pertinentes. Tout cela m'a permis d'obtenir le titre de Docteur et d'affiner mes capacités de raisonnement. Je veux également remercier Madame Anne-Marie BILLET pour l'aide précieuse, les bons conseils et les raisonnements qu'elle m'a apportés durant ces trois années de thèse.

Je veux aussi remercier Messieurs Sébastien CAZIN et Emmanuel SID du service Signaux et Images pour leur aide lors de la mise en œuvre des méthodes de mesures et pour les réponses qu'ils ont apportées à mes nombreuses questions concernant ces méthodes et leurs utilisations. Cela m'a permis d'apprendre à utiliser la LDA (Anémométrie Laser à effet Doppler) et la PIV (Vélocimétrie par Image de Particules) et d'en comprendre les principes.

Je n'oublie bien sûr pas dans mes remerciements Messieurs Laurent Mouneix, Jean-Marc SFEDJ et Jean-Pierre ESCAFIT du service de Conception et Fabrication Mécanique, pour leur accueil amical, les efforts qu'ils ont fournis pour la réalisation du dispositif expérimental, leurs interventions à chaque fois qu'il y avait un souci d'ordre technique et aussi pour leur sens de l'humour qui m'a souvent permis d'échapper au stress de la thèse.

Je remercie aussi mes parents et toute ma famille pour leur soutien moral pendant les moments difficiles et leur capacité d'écoute quand j'avais besoin d'en parler. Enfin, je remercie toutes personnes que j'ai rencontrées durant mon séjour à l'IMFT et toutes celles qui ont contribué de près comme de loin à la réussite de cette thèse.

Table des matières

Introduction générale	5
Introduction générale	7
Chapitre 1 : Description et qualification du canal hydraulique	15
1) Introduction	17
2) Métrologie.....	18
2-1) Le choix de l'Anémométrie Laser Doppler.....	18
2.2) Le principe LDA.....	19
3) Le dispositif expérimental.....	20
4) Les caractéristiques de l'écoulement dans le canal	23
4-1) Caractérisation de l'écoulement sur la largeur du canal	24
4-2) Caractérisation de l'écoulement sur l'axe du canal.....	26
4-3) Corrélations temporelles et échelles intégrales	27
4-4) Densité spectrale de puissance	30
5) Conclusion	31
Chapitre 2 : Attenuation of the wake of a sphere in an intense incident turbulence with large length scales	33
Chapitre 3 : Conception du réseau de sphères et première validation de l'écoulement.	45
1) Introduction	47
2) Définition du réseau et contraintes expérimentales.....	48
2.1) Choix du type de configuration	48
2.2) Contraintes expérimentales.....	49
3) Choix des positions des sphères	51

3.1) Outils statistiques.....	52
3.2) Situation idéale en milieu infini.....	52
3.3) Situations de références en milieu finis.....	54
3.4) Influence de la taille finie des sphères.....	57
3.5) Influence de la distribution due aux tiges.....	58
3.6) La configuration retenue.....	59
4) Caractéristiques générales de l'écoulement dans le réseau	61
5) Mise en œuvre de la PIV	63
5.1) l'ensemencement de l'écoulement.....	64
5.2) Le plan laser d'éclairement.....	64
5.3) L'acquisition des images	66
5.4) calcul PIV	66
5.5) Exemples de champ de vitesse	67
6) Conclusion	68
 Chapitre 4 : Ecoulement dans le voisinage des sphères au sein du réseau	 71
1) Introduction	73
2) Définitions et méthodes de mesures	73
2.1) Région proche et mise en coïncidence du centre des sphères	73
2.2) Représentativité des mesures.....	77
3) Sillage moyen.....	80
3.1) Evolution comparée entre la sphère dans le réseau et celle dans la turbulence de canal	80
3.2) Longueur de la zone de recirculation	85
3.3) Largeur du sillage	85
4) Turbulence dans le sillage.....	88
5) Bilan de quantité de mouvement.....	91
6) Conclusion	94
 Chapitre 5 : Agitation résultant des interactions hydrodynamiques dans le réseau	 95
1) Proposition d'une décomposition statistique pour l'étude du réseau	97
1.1) Moyenne temporelle et moyenne spatiale	97
1.2) Conséquence pour le bilan de quantité de mouvement	99

1.3) Opérateur de moyenne spatiale dans le plan horizontal par régions	101
1.4) Application au bilan de quantité de mouvement	102
1.5) Application aux bilans d'énergie cinétique	103
a) Energie cinétique spatiale	104
b) Energie cinétique temporelle	106
2) Détermination pratique des grandeurs à partir de la mesure.....	108
2.1) Estimation statistique.....	108
2.2) Vitesse débitante.....	111
2.3) Précision de l'estimation des termes des bilans.....	113
2.4) Validation des hypothèses	116
3) Evolution longitudinale de l'écoulement	118
3.1) Evolution des différents moments	118
a) Fluctuation spatiale	119
b) Tenseurs de Reynolds spatial et temporel	120
3.2) Quantification du bilan de quantité de mouvement.....	123
3.3) Quantification des bilans d'énergie	125
a) Energie cinétique spatiale	125
b) Energie cinétique temporelle	126
4) Description globale de la <i>région proche</i> et de la <i>région lointaine</i>.....	130
4-1/ Evolution des moments avec le nombre de Reynolds	131
4-2/ Evolution du bilan de quantité de mouvement avec le nombre de Reynolds.....	134
4-3/ Evolution des bilans d'énergie cinétique avec le nombre de Reynolds	135
4.4) Fonctions densités de probabilité des vitesses.....	139
a) <i>d.d.p.</i> de la fluctuation temporelle	139
b) <i>d.d.p.</i> de la fluctuation spatiale	140
c) <i>d.d.p.</i> de la vitesse totale	142
4.5) L'étude spectrale de l'agitation dans le réseau	143
a) Méthode de calcul du spectre de densité d'énergie	143
b) Spectre de densité d'énergie dans la <i>région proche</i>	145
c) Spectre de densité d'énergie dans la <i>région lointaine</i>	150
d) Echelle intégrale	152
e) Autosimilarité des spectres de densité d'énergie	156
5) Conclusion	159

Chapitre 6 : Vers une généralisation aux écoulements à phase dispersée	161
1. Introduction.....	163
2. Agitation globale dans l'ensemble du réseau.....	163
2.1 Deux méthodes d'obtention des statistiques globales du réseau	163
2.2 Résultats obtenus par combinaison des deux régions	172
3. Comparaison avec les écoulements à bulles.....	177
3.1 Densités de probabilités des fluctuations de vitesse	177
3.2 Densités spectrales d'énergie	180
3.3 Atténuation des sillages	182
4. Conclusion	183
Conclusion générale	187
Conclusion générale.....	189
Bibliographies.....	195
Bibliographies	197
Annexe A : Positions des sphères dans le réseau et des points de mesures LDA pour la méthode EAP	201
1. Positions des sphères dans le réseau aléatoire	203
2. Positions des points de mesures LDA pour la méthode EAP	208
Annexe B : Les différentes équations totales des bilans d'énergie cinétique.....	209
1. Bilan d'énergie cinétique moyenne	211
2. Bilan d'énergie cinétique spatiale	212
3. Bilan d'énergie cinétique temporelle	213

Introduction générale

Introduction générale

Les écoulements diphasiques à phase dispersée sont observés lorsqu'une population d'inclusions - particules solides, gouttes ou bulles - sont immergées dans un fluide. On les rencontre souvent dans la nature (pluie, déferlement de vagues) et dans les applications industrielles comme le transport pétrolier (oléoducs), la production d'énergie (générateurs de vapeurs, échangeurs de chaleurs) et le génie des procédés (colonnes à bulles, réacteurs chimiques). Dans la majorité des cas, les phases dispersée et continue ont des masses volumiques différentes, ce qui conduit les inclusions à se mouvoir à une vitesse différente de celle du fluide porteur sous l'effet de la flottabilité. Le mouvement relatif des inclusions cause des perturbations dans le fluide environnant qui est alors, quel que soit le nombre de Reynolds de l'écoulement, le siège d'une agitation complexe. L'étude des propriétés de cette agitation dans les situations où le nombre de Reynolds des inclusions est grand est un des axes de recherches du groupe Interface depuis de nombreuses années. Nous allons montrer dans cette introduction comment cette thèse s'inscrit dans la continuité de ces travaux et à quelles questions elle va tenter de répondre.

Même lorsque la seule cause de mouvement est la force constante de flottabilité, les deux phases sont le siège de mouvements d'agitations complexes. Cette agitation peut être décomposée en trois contributions. Considérons, tout d'abord, une population d'inclusions de taille d se déplaçant à une vitesse U unique au sein d'un fluide au repos de viscosité cinématique ν . A petit nombre de Reynolds ($Re = Ud / \nu$), la perturbation induite par chaque inclusion dans le fluide qui l'entoure peut très bien être stationnaire. Pourtant, en chaque point de l'espace, on verra la vitesse du fluide fluctuer au gré du passage des inclusions. Cette agitation, qui résulte du déplacement de l'observateur par rapport aux inclusions, sera aléatoire si la distribution des inclusions est elle-même aléatoire. Comme elle est liée aux inhomogénéités spatiales résultant de la répartition discrète des inclusions dans l'espace, nous nommerons cette première contribution, l'agitation spatiale. Si le nombre de Reynolds est suffisamment grand, l'écoulement engendré par l'ensemble des perturbations causées par les inclusions va devenir instable et donc instationnaire. La deuxième forme d'agitation ainsi créée sera nommée agitation temporelle car elle se manifeste par des fluctuations temporelles dans le repère lié aux inclusions, où en leur absence l'écoulement est stationnaire. A grand nombre de Reynolds, l'agitation temporelle est en fait la turbulence. Dans les écoulements à

phase dispersée, les inclusions sont en général libres de se mouvoir et elles se déplacent donc les unes par rapport aux autres, en particulier sous l'effet des interactions hydrodynamiques qui existent entre elles. Les deux formes précédentes d'agitation sont bien sûr modifiées si la répartition spatiale des inclusions est changée. Il est cependant pertinent de considérer l'agitation qui résulte du mouvement relatif de inclusions entre elles comme une troisième source d'agitation car les fluctuations de vitesse des inclusions sont en général inférieures à leur vitesse moyenne commune. Nous nommerons cette troisième contribution agitation par la phase dispersée car elle n'existe que si les inclusions ne se meuvent pas toutes à la même vitesse.

Une façon naturelle d'aborder le problème de l'agitation du fluide dans les écoulements à phase dispersée est de considérer qu'il résulte de l'interaction des perturbations induites par le déplacement de chaque inclusion. Dans la limite des faibles fractions volumiques de la phase dispersée α , on peut s'attendre à ce que les interactions entre inclusions soient négligeables et à ce que l'écoulement engendré par une inclusion isolée soit pertinent pour décrire la perturbation produite dans la phase continue. Dans le régime de Stokes ($Re = 0$), la perturbation décroît comme r^{-1} , r étant la distance à l'inclusion. A cause de cette lente décroissance, la simple addition des écoulements engendrés par des inclusions réparties aléatoirement dans l'espace conduit à la divergence de la variance avec la taille du réservoir (Calfish & Luke, 1985). A nombres de Reynolds finis, le sillage qui développe derrière une inclusion isolée décroît avec la distance z vers l'aval comme z^{-1} dans le cas laminaire et $z^{-2/3}$ dans le cas turbulent, ce qui conduit encore à une divergence de la variance de la vitesse (Parthasarathy & Faeth 1990; Koch 1993). Même si le problème de divergence existe quel que soit le nombre de Reynolds, les mécanismes qui conduisent à une variance finie des fluctuations de vitesse dépendent du nombre de Reynolds.

Plusieurs mécanismes ont été proposés pour éviter la divergence due à la lente décroissance des sillages. Parthasarathy & Faeth (1990) ont conduit l'investigation de la chute de particules solides à faibles concentrations $\alpha < 10^{-4}$ pour $38 < Re < 800$. Ils ont retrouvé la variance expérimentale par sommation des écoulements produits par des particules isolées en considérant que les sillages disparaissaient pour $z > L = 175d$, distance à laquelle ils ne pouvaient plus préserver leur cohérence face aux fluctuations causées par les autres particules. Cette approche ne peut être valide que si la distance moyenne entre les inclusions

$l_b = (\pi/6\alpha)^{1/3}d$ est assez grande pour que les interactions se produisent dans une région où l'intensité des sillages est suffisamment faible pour qu'ils ne contribuent pas de manière significative à la variance de la vitesse. Comme l_b est déjà proche de $4d$ pour $\alpha = 10^{-2}$, les interactions doivent être considérées dans la plupart des applications pratiques.

Koch (1993) a proposé une théorie des fluctuations de vitesse pour la sédimentation d'une suspension de particules qui avaient des sillages d'Oseen. Pour $1 < \text{Re} < 10$, les fluctuations de vitesse sont maîtrisées par un mécanisme d'écrantage dû à un déficit en particules dans le sillage d'une particule test. Par conséquent, la perturbation de vitesse dans le sillage était masquée pour $z > L = O(\alpha^{-1})$. Une atténuation de sillage a été observée expérimentalement pour $\text{Re} = O(10)$ par Cartellier & Rivière (2001) dans un écoulement à bulles uniforme. Cette atténuation était reliée à un déficit de bulles dans le sillage proche jusqu'à une distance qui évoluait à peu près comme $\alpha^{-0.3}$.

Une répartition non-uniforme des inclusions n'est cependant pas le seul mécanisme susceptible de conduire à une atténuation des sillages. Hunt & Eames (2002) ont étudié théoriquement l'effet exercé sur un sillage par un intense cisaillement de grande échelle. En particulier, une alternance de cisaillements positifs et négatifs, comme ceux qui peuvent être observés dans un écoulement complexe, cause la diffusion et l'annihilation de la vorticité et au final l'atténuation du sillage. Un autre mécanisme possible consiste en l'interaction destructive des régions à vorticité positive et négative de sillages adjacents. White & Nepf (2003) et Eames *et al.* (2004) ont modélisé ce mécanisme pour un réseau aléatoire d'inclusions dans un écoulement uniforme. La moyenne conditionnelle du champ de vitesse autour d'une inclusion test est régie par un bilan de quantité de mouvement avec une distribution de termes puits associés aux forces de traînées exercées par les autres particules. Ceci conduit à une atténuation supplémentaire en $\exp(-z/L)$ du déficit de vitesse derrière l'inclusion par rapport à une inclusion isolée. La longueur d'atténuation L est proportionnelle au rapport entre la taille de l'inclusion et son coefficient de traînée ainsi qu'à l'inverse de la fraction volumique; pour un essaim de sphères, elle s'écrit $L = 2d/3\alpha C_d$.

Les résultats expérimentaux obtenus pour des essais de bulles en ascension dans l'eau au repos à des nombres de Reynolds de quelques centaines et des fractions volumiques

comprises entre 1 et 10% montrent bien une décroissance exponentielle des sillages avec une échelle de longueur proportionnelle à d/C_d (Roig & Larue de Tournemine, 2007 ; Risso et al, 2008). En revanche cette échelle, proche de l'échelle de longueur intégrale des fluctuations, est indépendante de la fraction volumique. Quoi qu'il en soit, dans cette gamme de paramètres, l'écoulement induit par le mouvement de chaque bulle est très différent de celui d'une bulle isolée. En effet, ce n'est que très près de la bulle que l'écoulement ressemble à celui de la bulle isolée. Dès une distance supérieure à $2d$, le sillage commence à être très fortement atténué pour disparaître complètement au-delà de $5d$ (Ellingsen, 1998, Risso & Ellingsen, 2002).

On a donc à faire à un écoulement résultant de l'interaction des perturbations produites par le mouvement de chaque bulle, ces perturbations elles-mêmes étant altérées par l'écoulement qu'elles engendrent collectivement. Depuis l'article pionnier de Lance & Bataille (1991), plusieurs investigations expérimentales se sont consacrées à décrire l'agitation dans les écoulements à bulles. Nous en sommes arrivés aujourd'hui à une description assez complète de cette agitation pour le cas d'un essaim homogène de bulles en ascension dans un fluide au repos. Concernant la phase dispersée, il apparaît que l'agitation des bulles résulte essentiellement des instabilités de sillage qui existent même pour une bulle isolée. Aussi, la variance des fluctuations de vitesse des bulles est-elle à peu près indépendante de la fraction volumique (Risso & Ellingsen, 2002 ; Martinez-Mercado et al, 2007 ; Riboux 2007). Concernant la phase continue, la densité de probabilité des fluctuations de vitesse adopte un comportement auto-similaire indépendant de la fraction volumique lorsque l'échelle de vitesse est normalisée par $u' = \alpha^{0.4} U$, où U est la vitesse moyenne d'ascension de la bulle isolée (Risso & Ellingsen 2002 ; Riboux, 2007). De plus, l'échelle intégrale Λ des fluctuations de vitesse est proportionnelle à d/C_d et la dissipation massique à $\alpha^{0.9} U^3 / \Lambda$. Enfin, les spectres de densité d'énergie des fluctuations de vitesse du liquide suivent une loi en puissance -3 du nombre d'onde (Lance & Bataille, 1991; Larue de Tournemine, 2001) et se superposent, après normalisation par Λ et u' , pour tous les diamètres de bulles compris entre 1,71 et 5mm (Riboux, 2007).

Ces résultats ont été obtenus par des mesures eulériennes dans des essais de bulles. Les fluctuations mesurées mélangent ainsi de manière inextricable les trois contributions à l'agitation. Le fait que l'agitation des bulles soit indépendante de la fraction volumique laissait

suggérer que la contribution de l'agitation par la phase dispersée ne devait pas être cruciale. Ce point a été confirmé par des simulations numériques des grandes échelles dans lesquelles les bulles ont été remplacées par des sources de quantité de mouvement identiques réparties sur quelques mailles de calcul (Risso & Legendre, 2003, Riboux 2007). Ces sources ont été placées en des positions fixes tirées aléatoirement dans le domaine de calcul. Un écoulement uniforme descendant était imposé en entrée du domaine pour simuler le mouvement d'ensemble des bulles. Pour peu que la source de quantité de mouvement fût ajustée de manière à reproduire correctement le sillage lointain d'une bulle isolée, ces simulations reproduisaient les principales caractéristiques des mesures (loi d'échelle pour u' , auto-similarité et comportement spectral).

Pour comprendre les mécanismes qui régissent la dynamique particulière de cette agitation diphasique, parfois appelée pseudo-turbulence, Il nous semble essentiel de démêler les contributions de l'agitation spatiale et de l'agitation temporelle qui sont de natures très différentes. L'approche numérique par volumes-forces étant limitée techniquement, en termes de résolution spatiale, et conceptuellement, à cause de l'ajustement nécessaire des source de quantités de mouvements, nous avons décidé d'entreprendre, dans ce travail, l'investigation expérimentale de l'écoulement au travers d'un réseau aléatoire de sphères rigides. Le réseau de sphères étant fixe, la fluctuation temporelle de la vitesse en chaque point de l'espace mesurera l'agitation temporelle tandis que les variations spatiales de la moyenne temporelle d'un point à un autre caractériseront l'agitation spatiale.

La première partie de ce travail, décrite au chapitre un, a consisté à réaliser un canal hydraulique dans lequel placer le réseau de sphères. Le nombre de Reynolds basé sur la taille des sphères devant être de quelques centaines et les dimensions du canal devant être suffisamment grandes par rapport aux sphères, le nombre de Reynolds de l'écoulement dans le canal devait être au minimum de quelques milliers. L'écoulement en amont du réseau ne pouvait donc pas être laminaire. Une étude préliminaire de la turbulence dans le canal vide a donc dû être conduite.

La deuxième étape de ce travail a été consacrée à l'écoulement autour d'une sphère isolée immergée dans la turbulence du canal. L'objectif était de juger de l'effet d'une turbulence de cisaillement classique sur le sillage d'une sphère. Ceci constituait une situation de référence pour juger du caractère particulier de l'agitation produite au sein du réseau. Cela

constituait aussi en soi un travail original car aucune des études précédentes ne s'était consacrée à la situation dans laquelle les fluctuations turbulentes à l'échelle de l'inclusion sont d'une intensité comparable à la vitesse incidente. Les résultats correspondants sont exposés en anglais au chapitre deux sous la forme d'un projet de publication qui n'a pas encore été soumis.

La troisième étape fut de concevoir le réseau de sphères. La situation idéale que nous souhaitions étudier était celle d'un réseau infini de sphères dont les positions étaient statistiquement indépendantes les unes des autres. Les contraintes liées à la taille finie et à la forme du canal ainsi qu'à la réalisation technique du maintien des sphères ont nécessairement conduit à certains compromis. Le résultat de nos choix est présenté au chapitre trois, accompagné d'une première discussion des avantages et des limites de notre modèle expérimental.

Le chapitre quatre est consacré à l'écoulement dans le voisinage d'une sphère placé au sein du réseau. L'agitation dans l'ensemble du réseau résultant des interactions entre les perturbations produites par toutes les sphères, nous définirons alors la brique élémentaire de notre écoulement. D'autre part, ce chapitre sera aussi le pendant du chapitre deux. En comparant les sillages au sein du réseau à celui d'une sphère isolée dans un champ turbulent, nous pourrons mettre en évidence le caractère singulier de l'agitation dans le réseau.

Dans le chapitre cinq, nous nous attacherons à décrire en détail les propriétés statistiques de cette agitation. Les particularités de notre réseau nous conduiront à conduire séparément l'étude de deux régions contenant systématiquement des sillages proches ou, au contraire, excluant leur présence. En introduisant une décomposition statistique distinguant la contribution de l'agitation spatiale de celle de l'agitation temporelle, nous pourrons déterminer les rôles respectifs des inhomogénéités spatiales et de la turbulence proprement dite. Notre démarche s'appuiera sur l'établissement de bilans de quantité de mouvement et d'énergie ainsi que sur l'analyse des densités de probabilités et des spectres des fluctuations de vitesse. Nous analyserons d'abord les évolutions longitudinales de l'écoulement puis nous pousserons plus avant l'homogénéisation en étudiant les statistiques globales de chaque région. Les résultats obtenus pour des nombres de Reynolds de sphères compris entre 100 et 1000 seront discutés du point de vue de l'origine des fluctuations.

Au chapitre six, nous tenterons de combiner les résultats des deux régions particulières pour proposer une description valable pour l'ensemble de ce réseau et donc généralisable à d'autres situations d'écoulements diphasiques. Les résultats seront ensuite comparés aux résultats obtenus dans des écoulements à bulles.

Nous concluons enfin par une synthèse des principaux résultats.

Chapitre 1

Description et qualification du canal hydraulique

1) Introduction

L'étude expérimentale de l'écoulement autour d'une ou plusieurs sphères nécessite la conception d'un canal hydraulique spécifique permettant d'accueillir les différents agencements de N sphères. Le canal doit faciliter l'accès des différents systèmes de mesure au sein des différentes configurations que l'on souhaite étudier, avec en particulier de nombreux accès optiques sur ses parois. Concernant l'hydrodynamique, le canal doit être assez large pour minimiser les effets des couches limites et des tourbillons de coins, et assez long pour que l'écoulement oublie les conditions d'entrée. Pour éviter que l'écoulement soit affecté par des fluctuations de débit nous avons opté pour un écoulement gravitaire descendant. Le nombre de Reynolds du canal, $Re_c = U_\infty \cdot L / \nu$ (U_∞ est la vitesse de l'écoulement incident, L la largeur du canal et ν est la viscosité cinématique de l'eau), peut être varier en changeant la vitesse de l'écoulement à l'aide d'une vanne située à la sortie du canal. Le débit est mesuré avec un débitmètre placé au voisinage de la vanne. La gamme du nombre de Reynolds du canal accessible est comprise entre 1200 et 14600. Dans cette gamme l'écoulement peut être laminaire, transitionnel et turbulent, puisque la transition à la turbulence dans un canal est souvent observée pour $Re_c = 2000$.

Dans ce chapitre, nous décrirons le canal hydraulique et la veine d'essai. Nous présentons également l'anémométrie laser Doppler (LDA) qui est la méthode de mesure utilisée pour explorer l'écoulement dans la veine d'essai : homogénéité spatiale, propriétés statistiques et spectrales des fluctuations de vitesses.

2) Métrologie

2-1) Le choix de l'Anémométrie Laser Doppler

Il existe plusieurs méthodes de mesure de la vitesse dans les écoulements diphasiques : l'anémométrie thermique à film chaud (HFA), l'anémométrie laser Doppler (LDA) et la vélocimétrie par imagerie de particules (PIV). Ces deux dernières méthodes, LDA et PIV, ont l'avantage d'être non intrusives et de permettre la détermination de la vitesse de l'écoulement sans ambiguïté sur le sens des vitesses. Elles sont donc mieux adaptées que la HFA pour la mesure dans les écoulements complexes, comme dans la zone de recirculation du sillage d'une sphère.

Les méthodes optiques restent très difficiles à mettre au point dans certaines configurations, comme les écoulements à bulles, car la lumière est souvent interrompue par le passage de la phase dispersée dans la zone de mesure, la fréquence de ces interruptions augmentant avec la fraction volumique de la phase dispersée. Ici, comme nous travaillerons avec des sphères fixes, l'emploi de ces méthodes sera possible aux endroits où des accès optiques seront possibles.

La PIV présente l'avantage de mesurer un champ de vitesse bidimensionnel instantané. En revanche, elle nécessite de plus grands accès optiques pour faire passer le plan d'éclairement. Certaines zones, dans l'ombre des sphères ou de leur support sont donc inaccessibles. La LDA ne nécessite que le passage de deux minces faisceaux et donne accès à de nombreuses régions de l'écoulement, notamment proches des sphères. Au cours de cette thèse nous avons donc utilisé ces deux techniques complémentaires.

Dans ce chapitre, nous allons présenter la LDA que nous l'avons utilisée pour explorer l'écoulement dans le canal hydraulique vide. Plus tard, elle sera utilisée conjointement avec la PIV pour étudier l'écoulement en présence de sphères.

2.2) Le principe LDA

La LDA est l'une des méthodes de mesure de la vitesse utilisant le laser. Elle se base sur le principe de l'effet Doppler. Deux faisceaux de lumière cohérente de longueur d'onde λ se croisent avec un angle θ pour former le volume de mesure où ils produisent des franges d'interférence. Les particules de traceurs diffusent vers un photomultiplicateur (PM) une lumière dont l'amplitude fluctue dans le temps alors qu'elles traversent le volume de mesure à la vitesse V_{\perp} dans la direction perpendiculaire aux franges. La fréquence de ces fluctuations est reliée à la vitesse par la relation

$$f_D = (2 \cdot V_{\perp} / \lambda) \cdot \sin(\theta/2)$$

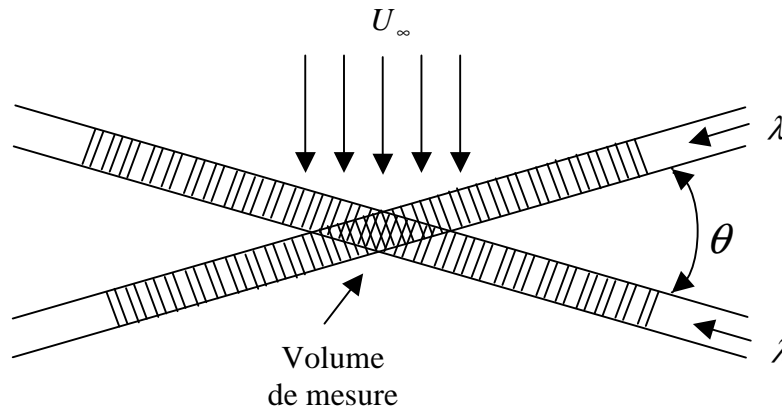


Figure 1.1 : Volume de mesure produit par le croisement de deux faisceaux laser.

La détermination du sens de la vitesse est possible en faisant défiler les franges en décalant la fréquence d'un faisceau par rapport à l'autre d'une fréquence de valeur f_s . La fréquence f_D correspondante à la mesure de vitesse s'obtient alors à partir de la fréquence mesurée f_{pm} par la relation :

$$f_D = f_{pm} - f_s$$

Ce qui permet d'attribuer un signe à la vitesse.

Pour réussir l'acquisition il faut bien choisir les particules d'ensemencement du fluide, qui doivent être assez petites pour ne pas perturber l'écoulement et ne pas avoir une vitesse propre différente de celle de l'écoulement, et être enfin assez grandes pour diffuser suffisamment de lumière vers le PM.

Les mesures ont été effectuées à l'aide d'un laser Argon Spectra Physics 2016 bicomposante de longueurs d'ondes $488nm$ (bleu) et $514,5nm$ (vert) et de deux analyseurs de signaux Burst Spectrum Analysis 57N10 de Dantec (BSA). Grâce à une distance focale de $0,31m$ il est possible de parcourir tout le volume du canal en largeur et en longueur. Le volume de mesure est approximativement un ellipsoïde de $0,09 \times 0,09 \times 0,08mm^3$ de dimensions. Des particules d'Iriodim 111 ont été mélangées à l'eau de la cuve d'alimentation pour assurer l'ensemencement. Les réglages de la chaîne d'acquisition ont été effectués dans le souci de minimiser le bruit de mesure. En conséquence les taux d'acquisitions, correspondants aux passages de particules dans le volume de mesure validées par les BSA, sont assez bas : 4 à $7Hz$ pour une vitesse débitante de $U_{deb} = 0,0055m/s$ ($Re_C = 1200$) et de 15 à $35Hz$ pour une vitesse débitante $U_{deb} = 0,054m/s$ ($Re_C = 11900$). Une grande durée d'acquisition ($10mn$) a cependant permis d'assurer la convergence statistique des mesures. L'erreur effectuée sur la mesure de la vitesse moyenne transversale ou longitudinale avec ce système de mesure est de l'ordre de 4% pour une durée d'acquisition de $6mn$.

3) Le dispositif expérimental

L'ensemble du dispositif expérimental (figure 1.2) est constitué d'un circuit d'eau en boucle, composé principalement d'un canal vertical (1), assez long pour assurer un écoulement suffisamment uniforme dans la veine d'essai. L'alimentation en eau du canal se fait à partir d'une grande cuve, de $0,7m^3$ de volume, posée le sol (2) et avec l'aide d'une pompe (3) de $0,75kW$ de puissance pouvant assurer un débit maximum de $18m^3/h$ placée à proximité de la cuve d'alimentation. Avant que l'eau n'arrive dans le canal, elle a été stabilisée dans une autre cuve (4) située au-dessus de l'entrée du canal, ainsi l'écoulement dans le canal est assuré par la seule action de la gravité, et est donc insensible aux fluctuations de la pompe. La connexion entre la cuve de stabilisation et le canal vertical est

assurée par un convergent en acier inoxydable (5), de fort rapport de sections, dont le rôle est d'homogénéiser le profil des vitesses en entrée. Le canal vertical dans lequel nous avons réalisé les essais est suivi par un autre convergent (6), qui sert à canaliser l'écoulement vers la sortie du canal. La récupération de l'eau est assurée par une deuxième grande cuve (7), de $1,1\text{ m}^3$, reliée à la cuve d'alimentation. Le trop plein de la cuve de stabilisation (4) se déverse aussi dans la cuve de récupération par une conduite d'évacuation (8).

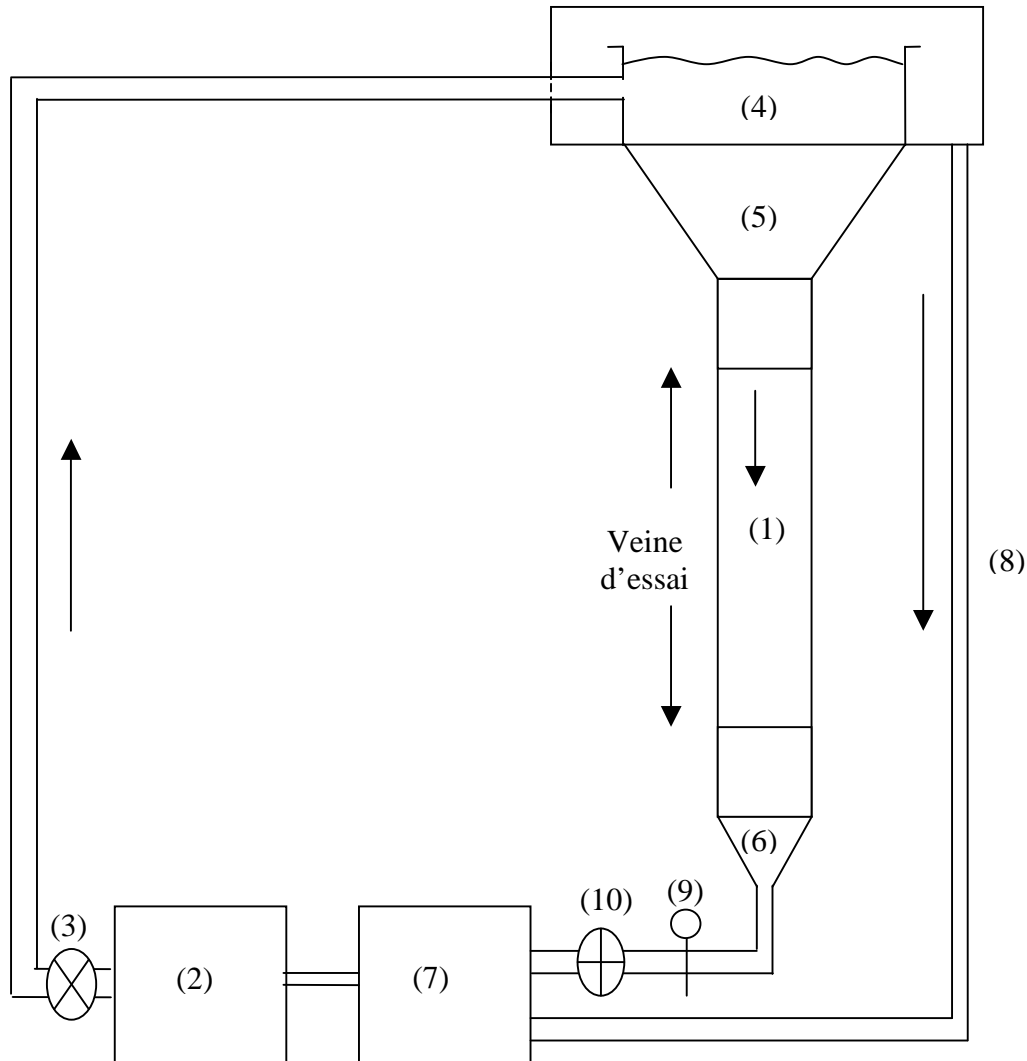


Figure 1.2 : Schéma représentatif du dispositif expérimental.

Le canal vertical est fabriqué à partir de plaques de plexiglas de $2,5\text{ cm}$ d'épaisseur, qui lui assurent une bonne rigidité. Il est de section carrée de côté $L = 0,22\text{ m}$ et de longueur $l = 1,72\text{ m}$. Si on avait affaire à un écoulement laminaire uniforme en entrée du canal, l'épaisseur δ des couches limites sur les parois du canal pourrait être estimée à partir de la

distance l depuis l'entrée du canal par la relation $\delta \approx l/\sqrt{\text{Re}}$. Pour $l = 1,72\text{m}$ et $1200 \leq \text{Re} \leq 14600$ on aurait $6,4 \leq \delta \leq 18\text{mm}$. Cela indique que d'une part l'écoulement doit être uniforme sur la majeure partie de la section du canal, mais cela signifie aussi qu'il n'est certainement pas établi et continue d'évoluer dans la direction axiale. De plus, l'écoulement en entrée du canal est en fait déjà turbulent. Il nous appartiendra donc de vérifier si l'écoulement dans la veine d'essai peut bien être considéré comme uniforme dans les directions latérales et transversales et quelles y sont les propriétés de la turbulence.

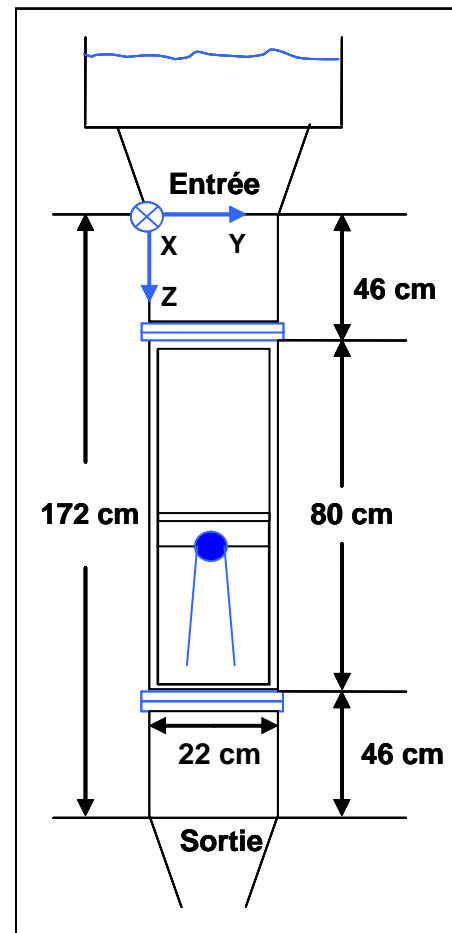
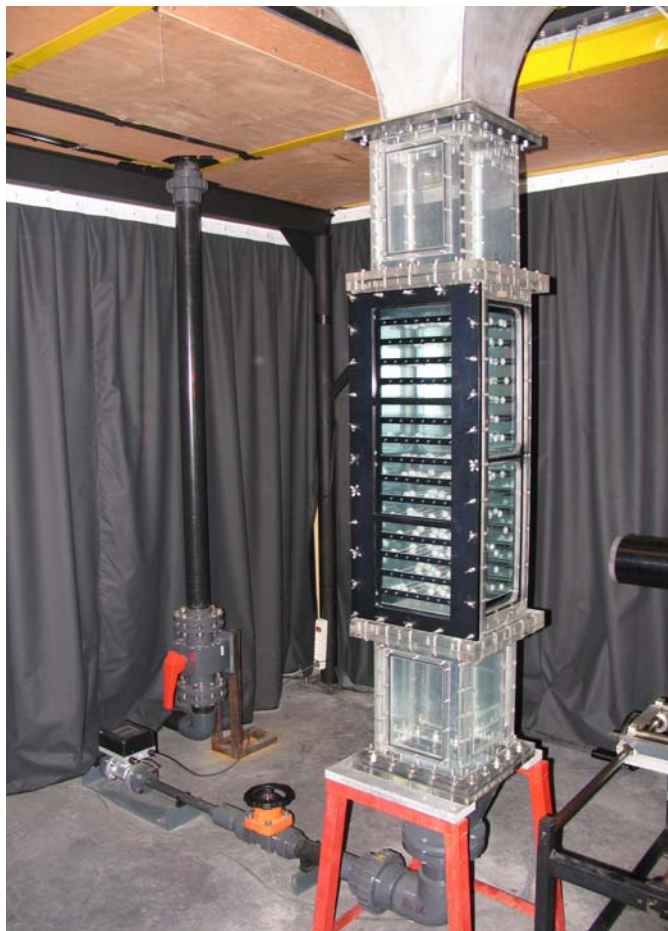


Figure 1.3 : Le dispositif expérimental avec le repère de l'installation (origine et coordonnées)

La veine d'essai proprement dite mesure $0,80\text{m}$ de long, elle constitue la partie centrale du canal, ces extrémités étant distante de $0,46\text{m}$ de l'entrée comme de la sortie du canal (voire figure 1.3). La veine d'essai est presque entièrement transparente et munie sur un côté d'une porte ouvrant sur toute sa hauteur. Cet accès permet de placer un support en aluminium anodisé noir qui permet de maintenir des tiges d'aciers filetés traversant le canal de fond en

fond. Sur ces tiges, on peut fixer une ou plusieurs sphères selon la configuration que l'on souhaite étudier. Dans la direction perpendiculaire aux tiges l'accès optique est assuré par deux grands hublots de $0,376m$ de haut sur chaque face. Dans la direction des tiges, l'accès optique est plus restreint puisque il est assuré par 16 hublots de $3,4cm$ de haut disposés sur chaque face du canal.

Le canal vertical est suivi par une vanne (9) et un débitmètre magnétique (10) (KROHNE Altometer, OPTIFLUX 2000C) de diamètre interne $25mm$ et de précision de l'ordre de $0,02\%$ dans la gamme des débit explorées. La vanne permet d'ajuster le débit dans le canal par lecture directe sur l'afficheur numérique du débitmètre.

4) Les caractéristiques de l'écoulement dans le canal

La veine d'essai (figure 1.3) est donc constituée par le tronçon central du canal ; elle mesure $0,80m$ de haut et de $0,22m$ de côté. C'est dans cette zone que nous étudierons le sillage de la sphère isolée (chapitre 2) et l'écoulement aux travers du réseau aléatoire de sphères (chapitre 3, 4 et 5). L'objet de cette partie est de déterminer les caractéristiques de l'écoulement turbulent dans cette zone. Dans la gamme de nombres de Reynolds considérée ici Hinze (1959) annonce des longueurs d'établissement comprises entre 20 et 100 fois le diamètre du canal. Comme nous l'avons dit précédemment, nous ne devons pas nous attendre à ce que l'écoulement soit établi dans notre veine d'essai située entre deux et six fois la largeur du canal à partir de la fin du convergent. Une idée de l'effet du développement des couches limites aux parois peut être obtenue en comparant la vitesse débitante U_{deb} - qui est le rapport entre le débit fourni par le débitmètre et la section du canal - avec la vitesse moyenne sur l'axe du canal U_{axe} mesurée par LDA au milieu de la veine d'essai.

La figure 1.4 montre que la vitesse sur l'axe est à peine 15% supérieure à la vitesse débitante aux plus petits nombres de Reynolds pour n'être que plus supérieure à U_{deb} que de 7% aux plus grands nombres de Reynolds. Ceci confirme l'existence de minces couches limites caractéristiques d'un écoulement non établi. Dans la suite la vitesse U_{axe} est utilisée comme vitesse de référence pour caractériser les différents essais, qu'on notera par la suite

U_{∞} .

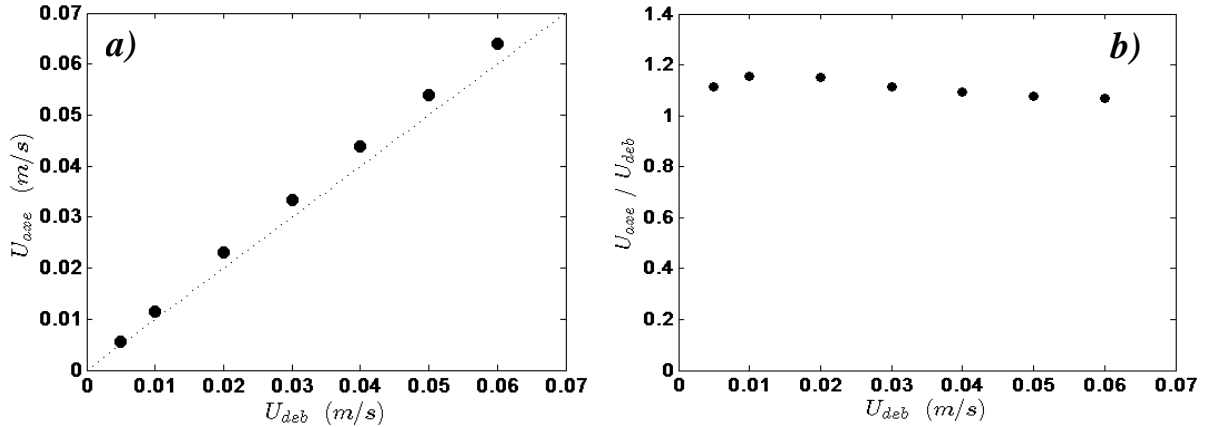


Figure 1.4: a) La comparaison entre la vitesse au centre du canal et celle issue du débitmètre, b) le rapport entre les deux vitesses.

4-1) Caractérisation de l'écoulement sur la largeur du canal

Pour confirmer l'homogénéité transversale, nous avons entrepris une exploration de l'écoulement sur toute la largeur du canal à une distance de $0,68m$ de l'entrée, soit à $0,22m$ du début de la veine d'essai. Les profils transversaux de la vitesse moyenne et les écarts types des fluctuations de vitesses sont présentés sur la figure 1.5 pour trois nombres de Reynolds du canal : 1200, 7500 et 14600. Concernant la vitesse moyenne, la composante longitudinale U peut être considérée uniforme pour peu qu'on se situe à au moins deux centimètres des parois tandis que la composante transversale V est négligeable. Concernant, la turbulence, l'écart type longitudinal $u' = (\overline{u'^2})^{1/2}$ et l'écart type transversal $v' = (\overline{v'^2})^{1/2}$ sont égaux entre eux et uniformes dans toute la région centrale située à plus de $6cm$ des parois. Ces résultats sont valables pour tous les nombres de Reynolds étudiés. Le seul effet visible de ce dernier concerne l'intensité turbulente.

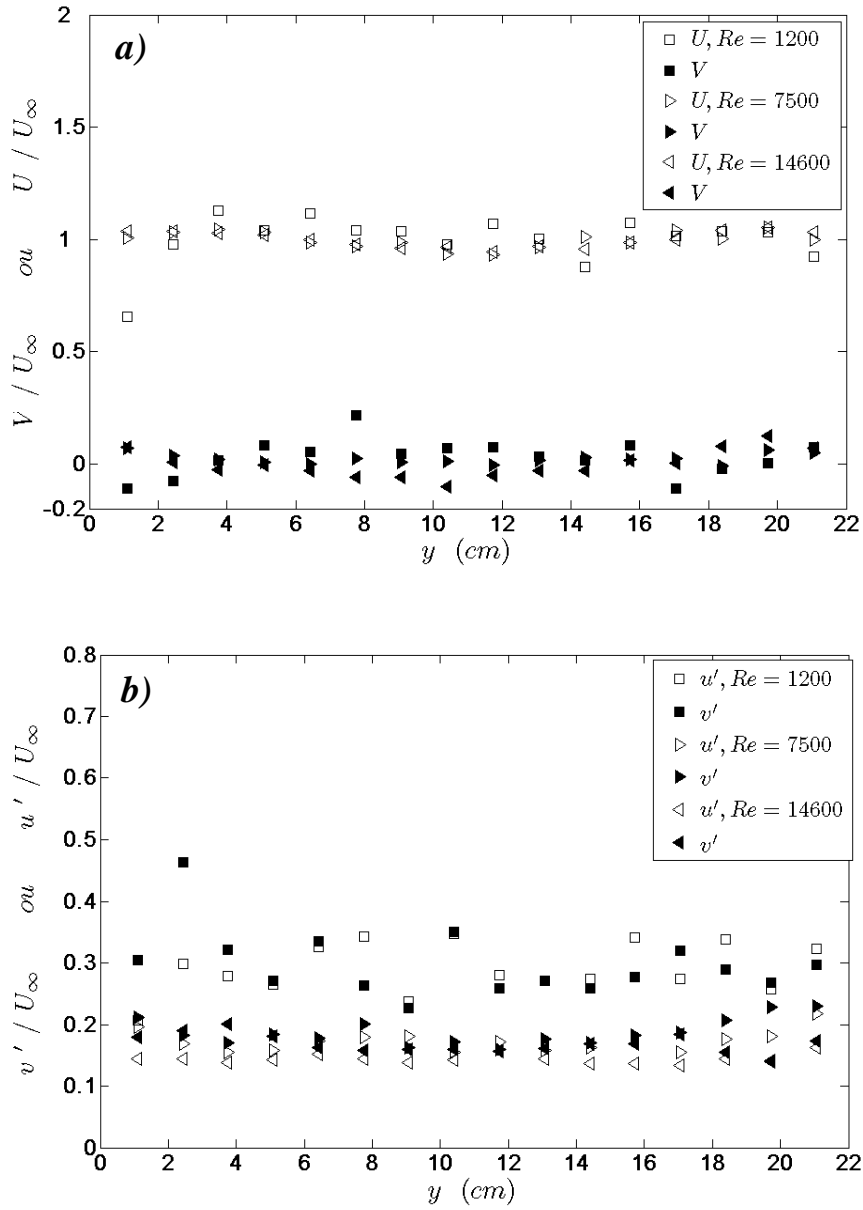


Figure 1.5: La vitesse moyenne (a) et sont écart type (b) sur la largeur du canal, à $z = 0.68m$ de l'entrée du canal

A $Re_c = 1200$, on observe une intensité turbulente $u'/U_\infty \approx 0,25$ plus grande qu'à $Re_c = 7500$ ou 14600 où $u'/U_\infty \approx 0,15$. Cela suggère qu'aux plus faibles nombres de Reynolds le mécanisme de production de la turbulence est différent avec peut être une part non négligeable de son énergie produite dans le réservoir amont et non seulement à la paroi du canal.

4-2) Caractérisation de l'écoulement sur l'axe du canal

L'uniformité transversale de l'écoulement étant assurée, nous avons entrepris l'exploration axiale de l'écoulement. La figure 1.6 montre l'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe du canal pour différents nombres de Reynolds compris entre 1200 et 14100. Les cotes $z = 0,46m$ et $z = 1,26m$ correspondent respectivement au début et à la fin de la veine d'essai tandis que $z = 0$ correspond à l'entrée du canal. Une très légère accélération de la vitesse moyenne longitudinale avec la distance à l'entrée du canal est visible, on pourra la considérer comme négligeable dans la seconde moitié de la veine d'essai où la vitesse moyenne transversale, comme il se doit, est elle aussi négligeable.

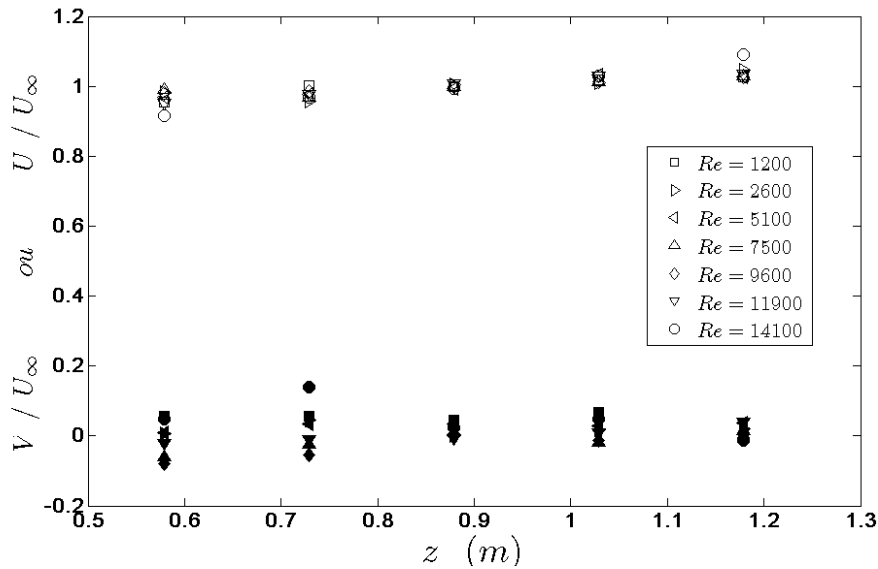


Figure 1.6 : Les profils de la vitesses moyenne longitudinale U/U_∞ (symboles clairs), et transversale V/U_∞ (symboles pleins) sur l'axe du canal.

La figure 1.7 présente les écarts types des fluctuations des vitesses longitudinales et transversales au mêmes cotes z et pour les mêmes nombres de Reynolds. Deux cas doivent être distingués. Pour $Re_c \leq 2600$, on constate une diminution de l'intensité des fluctuations tout au long de la veine d'essai, ce qui corrobore notre hypothèse qu'une partie non négligeable de l'énergie turbulente est produite avant l'entrée de la veine d'essai et diminue donc lorsqu'on s'éloigne de l'entrée du canal. Pour $Re_c \geq 5100$, la diminution de l'intensité turbulente est limitée à la première moitié de la veine d'essai, on tend ensuite vers une intensité turbulente $u'/U_\infty = 0,15$ indépendante de z et du nombre de Reynolds. Cependant,

quel que soit le nombre de Reynolds ou la position dans le canal, la figure 1.8 montre que la turbulence est à peu près isotrope.

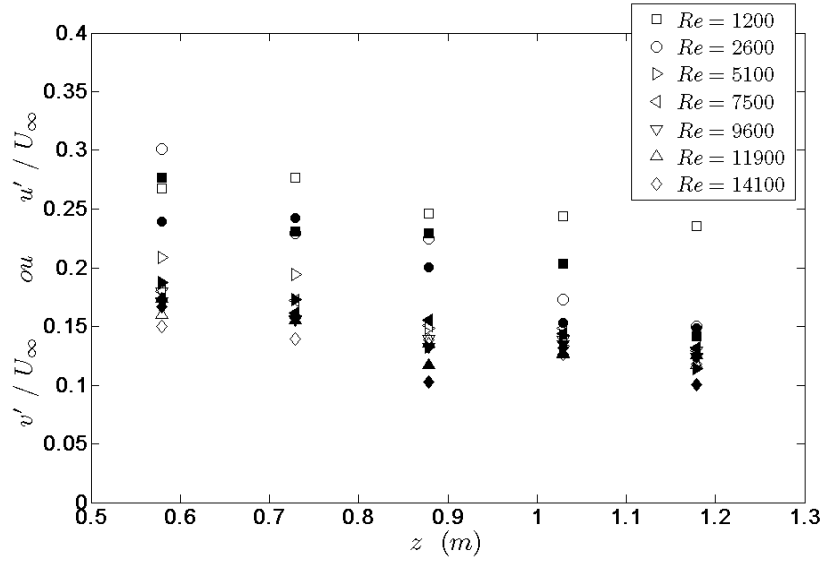


Figure 1.7 : Intensité de turbulence sur l'axe du canal, u' / U_∞ (symboles clairs) la composante longitudinale, v' / U_∞ (symboles pleins) la composante transversale.

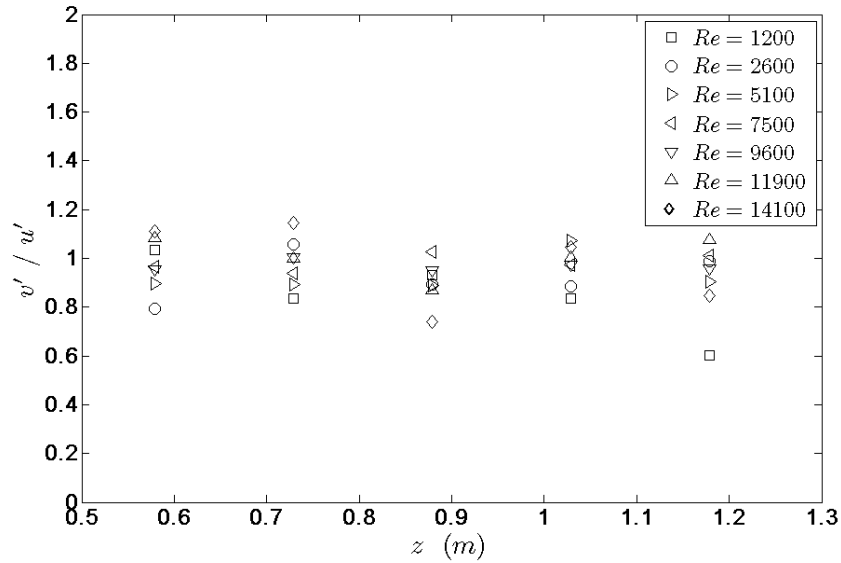


Figure 1.8: Isotropie de la turbulence de l'écoulement sur l'axe du canal.

4-3) Corrélations temporelles et échelles intégrales

Les coefficients de corrélations jouent un rôle important dans les études de la turbulence car ils nous informent sur la structure de la turbulence. La corrélation temporelle est définie comme la moyenne du produit des deux fluctuations de vitesse u_i' et u_j' mesurées au même

point à deux instants différents : $\overline{u_i'(t) \cdot u_j'(t + \tau)}$. On obtient le coefficient de corrélation en le normant par la variance :

$$C_{ij}(t, \tau) = \frac{\overline{u_i'(t) \cdot u_j'(t + \tau)}}{(\overline{u_i'^2(t)} \cdot \overline{u_j'^2(t)})^{1/2}}$$

Ici, la vitesse est statistiquement stationnaire. On peut donc utiliser la moyenne temporelle et C_{ij} n'est fonction que de τ .

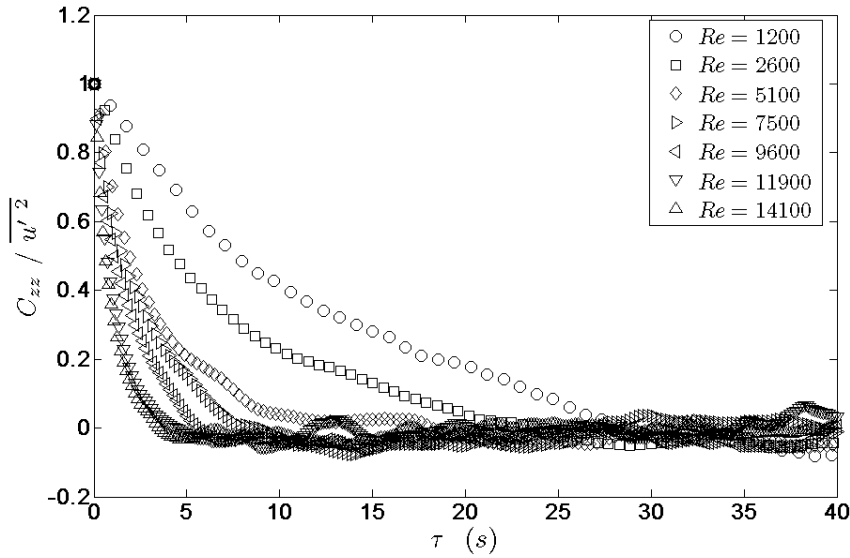


Figure 1.9 : La fonction d'autocorrélation de la vitesse longitudinale sur l'axe du canal pour 7 nombres de Reynolds différents.

La figure 1.9 présente la corrélation longitudinale $C_{zz}(\tau)$ pour tous les nombres de Reynolds considérés. $C_{zz}(0) = 1$ par définition et $C_{zz}(\tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} 0$ puisque les fluctuations de vitesse deviennent indépendantes lorsqu'elles sont séparées par un grand intervalle de temps. On devrait aussi observer que $(\partial C_{ij} / \partial \tau)_{\tau=0} = 0$, cependant la fréquence d'échantillonnage du signal LDA n'est pas assez élevée pour mettre en évidence ce comportement aux temps courts. On observe que plus le nombre de Reynolds est élevé plus tôt les vitesses sont décorréliées. Cette évolution des échelles de temps peut être quantifiée par l'échelle intégrale de temps (Tennekes et Lumley, 1972)

$$\theta_{zz} = \int_0^{\infty} C_{zz}(\tau) \cdot d\tau$$

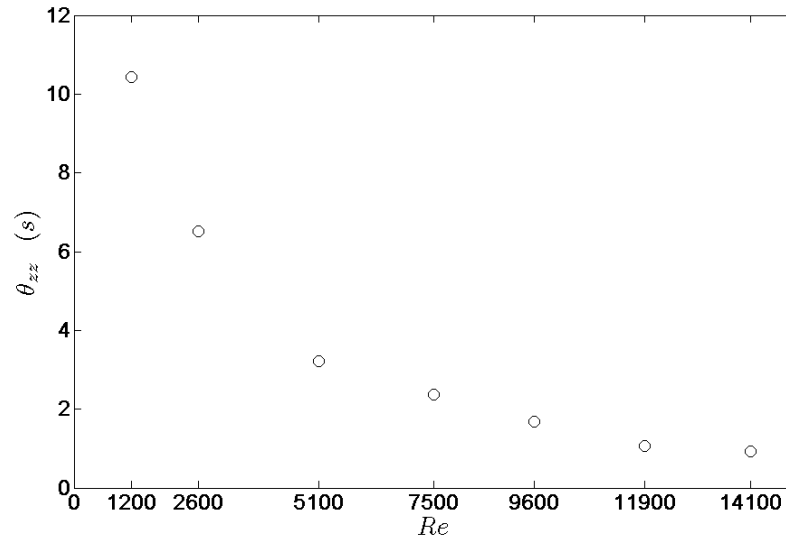


Figure 1.10 : évolution de l'échelle intégrale de temps dans le canal en fonction du nombre de Reynolds, obtenue à partir de la fonction de corrélation longitudinale

La figure 1.10 confirme la décroissance de l'échelle intégrale de temps avec le nombre de Reynolds. On peut alors estimer l'échelle intégrale Λ_{zz} de longueur en supposant que les fluctuations temporelles mesurées en un point fixe correspondent aux fluctuations spatiales d'une turbulence figée qui serait simplement convectée par le mouvement moyen (hypothèse de Taylor) :

$$\Lambda_{zz} = U_{\infty} \theta_{zz}$$

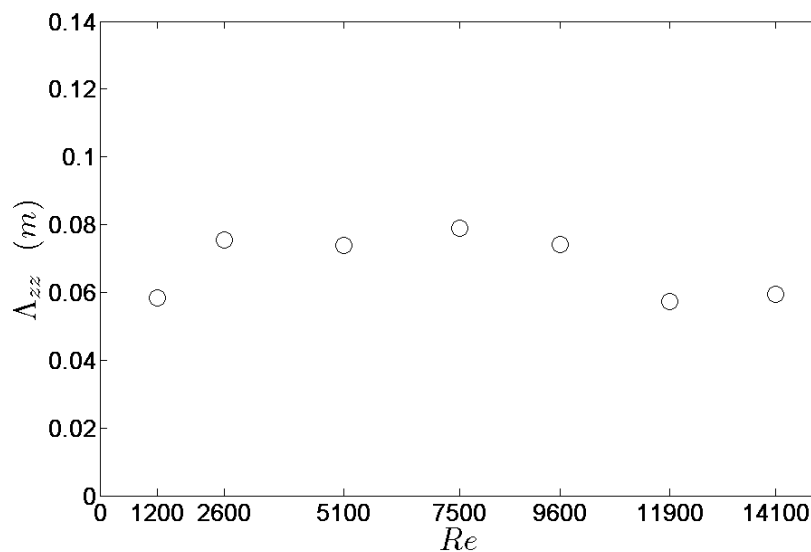


Figure 1.11 : l'échelle intégrale de longueur longitudinale sur l'axe de canal en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement

La figure 1.11 montre l'évolution de l'échelle intégrale de longueur, on observe que Λ_{zz} est constante égale à environs 30% la largeur du canal dans toute la gamme du nombre de Reynolds considérée.

4-4) Densité spectrale de puissance

Le spectre de puissance est l'outil complémentaire de l'autocorrélation. Même s'il contient formellement la même information, il est mieux adapté pour analyser la distribution de l'énergie des fluctuations sur les différentes échelles.

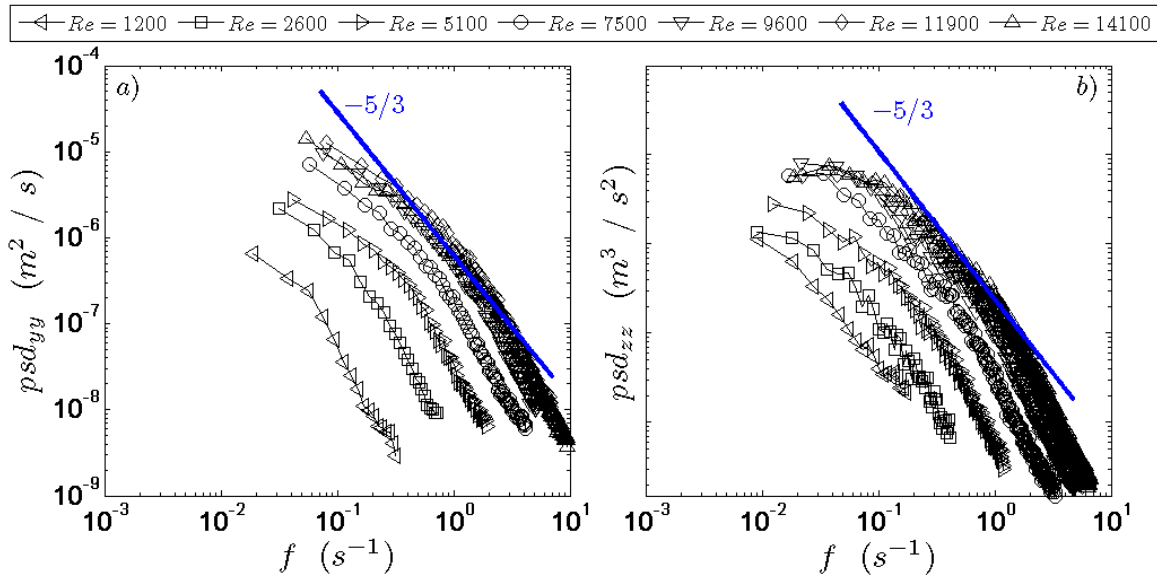


Figure 1.12 : Le spectre de densité d'énergie transversale (a) et longitudinale (b) dans le canal.

La figure 1.12, présente les spectres temporels des fluctuations longitudinales et transversales mesurés sur l'axe du canal dans la deuxième moitié de la veine d'essai par la méthode du périodogramme après re-échantillonnage régulier des signaux de vitesse LDA. La figure 1.13 montre les mêmes spectres après normalisation par la variance des fluctuations et l'échelle intégrale telle qu'elle a été obtenue au paragraphe précédent par l'intégration de la fonction d'autocorrélation temporelle. On note que tous les spectres adimensionnés sont identiques quelque soit le nombre de Reynolds et présentent une zone en puissance $-5/3$ de la fréquence caractéristique d'une turbulence développée.

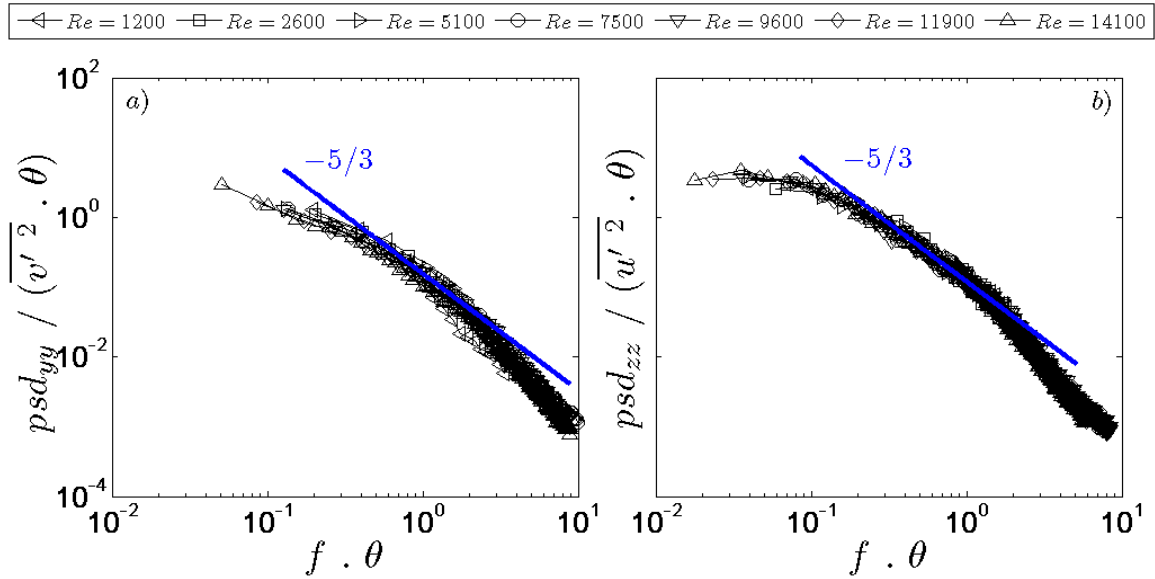


Figure 1.13 : Le spectre de densité d'énergie adimensionné, vitesse transversale (a) et vitesse longitudinale (b) dans le canal.

5) Conclusion

Nous avons conçu un canal hydraulique vertical à section carrée de $0,22m$ de côté et $1,72m$ de long, alimenté par gravité à travers un fort convergent connecté à une cuve située en hauteur. La veine d'essai proprement dite est constituée par la partie centrale du canal, elle débute à $0,46m$ de la fin du convergent et mesure $0,8m$ de long. Elle comprend un support en aluminium sur lequel des tiges en aciers peuvent être disposées pour soutenir des sphères et est munie de nombreux hublots pour assurer les accès optiques.

Les profils axiaux et radiaux de la moyenne et de l'écart type des composantes de la vitesse montrent que, dans la seconde moitié de la veine d'essai :

- la vitesse moyenne longitudinale est uniforme.
- Les fluctuations de vitesse sont isotropes et uniformes sur la largeur du canal.
- Pour $Re \leq 2600$, l'intensité turbulente diminue avec la distance z à partir de l'entrée du canal, alors que pour $Re \geq 5100$ l'intensité turbulente est $u'/U_\infty \approx 0,15$ pour toutes les côtes z indépendamment du nombre du Reynolds du canal Re_C .

A faible nombre de Reynolds, une part significative des fluctuations est produite avant l'entrée du canal, ce qui explique que l'énergie fluctuante continue de diminuer dans la seconde moitié de la veine d'essai. Cependant, l'analyse spectrale montre qu'on a dans tous les cas affaire à une turbulence développée à peu près isotrope dont la structure ne dépend pas du nombre de Reynolds. En particulier, l'échelle intégrale spatiale des fluctuations est constante et égale à 30% de la longueur L du canal qui est donc l'échelle qui maîtrise les grandes structures de la turbulence.

Chapitre 2

Attenuation of the wake of a sphere in an intense incident turbulence with large length scales

Ce chapitre est dédié à l'étude de l'écoulement autour d'une sphère isolée immergée dans la turbulence du canal que nous venons de décrire au chapitre précédent. Cette investigation est originale en soi car peu de travaux ont été consacrés à l'étude de la modification du sillage par la turbulence de l'écoulement incident. En particulier, le cas où l'intensité de la turbulence incidente aux échelles proches du diamètre de la sphère est comparable au déficit de vitesse dans l'aval immédiat de la sphère n'avait jamais, à notre connaissance, fait l'objet d'une investigation. Nous pensons donc que cette étude peut faire l'objet d'une publication autonome. Pour cette raison, nous avons rédigé ce chapitre en anglais et l'avons présenté sous le format d'une publication que nous allons bientôt soumettre à une revue à comité de lecture.

Dans le cadre de cette thèse, la situation étudiée dans ce chapitre est intéressante car la turbulence incidente correspond, en intensité et en échelle, à l'agitation couramment observée dans les écoulements à bulles et, en particulier, à celle qu'engendrera le réseau aléatoire de sphères qui sera présenté au chapitre suivant. Les résultats obtenus ici pour une sphère isolée constitueront donc une situation de référence pour juger du caractère singulier de l'agitation produite au sein du réseau par rapport à la turbulence de cisaillement.

Attenuation of the wake of a sphere in an intense incident turbulence with large length scales

Zouhir AMOURA, Véronique ROIG, Frédéric RISSO and Anne-Marie BILLET-DUQUENNE

Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse, UMR CNRS/INPT/UPS 5502,

Allée du Prof. Camille Soula, 31400 Toulouse, France.

Laboratoire de Génie Chimique, UMR CNRS/INPT/UPS 5503, 5 rue Paulin Talabot, 31106 Toulouse, France

(Dated: October 25, 2008)

PACS numbers: 47.55.Kf, 47.27.Vf, 47.55.Dz

I. INTRODUCTION

The wake of a sphere set fixed in a uniform stationary flow is a classical well-documented problem of fluid mechanics, that depends only on the Reynolds number $Re_S = U_\infty d / \nu$ based on the diameter of the sphere d and on the velocity of the incident flow U_∞ (ν denotes the kinematic viscosity of the fluid). When the Reynolds number increases the wakes present various regimes of more and more complex dynamics. The transitions between those regimes have been clearly identified (Johnson & Patel¹, Ormieres & Provansal²) and the structure of the far wake is well known. In this region, for laminar wakes the velocity defect follows a z^{-1} law (Batchelor³), and for turbulent wakes a $z^{-2/3}$ law (Tennekes & Lumley⁴, Ueroi & Freymuth⁵).

Our knowledge of the structure and dynamics of the wake of a sphere set fixed in a uniform turbulent incident flow is far more limited. This problem is more complex. When the incident turbulence is fully developed and homogeneous as well as isotropic, it still involves three non dimensionnal numbers : the Reynolds number Re_S , the turbulent intensity of the incident flow $I_t = u_\infty / U_\infty$ and the ratio of its integral length scale to the sphere diameter Λ/d . The range of possible flow regimes is therefore wide. The complexity of the problem includes the distortion of the incident turbulence as it goes around the sphere, the interaction of the resulting external turbulence with the boundary layer of the sphere and with the attached wake that may modify the vortex shedding mechanism, the farther interaction of the external turbulence with the unsteady separated wake. This latter interaction may at first produce a modulation of the external turbulence passing along the wake by wake-induced fluctuations, and, in return, a modification of the mean and turbulent structure of the wake. The study of the

interaction of an incident turbulence with a mean wake and the intrinsic turbulence produced by the wake is, therefore, a complex two-way coupling problem. In the literature, there are three specific studies devoted to the analysis of the response of a wake to an homogeneous and isotropic turbulence. These studies were initially performed to explore the modification of the wake that can contribute to the modulation of turbulence in dispersed two-phase flows. Wu & Faeth^{6,7} have performed an experimental investigation of the wake for a large range of Reynolds numbers, in a large scale turbulence with quite low turbulence intensities (Table 1). Legendre *et al.*⁸ have calculated by LES the wake of a sphere for $Re_S = 200$, $u_\infty / U_\infty = 0.04$ and $\Lambda/d = 8$, their results are in agreement with those of Wu & Faeth. Bagchi & Balachandar⁹ have performed Direct Numerical Simulations of the wake of a sphere for a large range of Reynolds numbers but for higher turbulence intensities ($I_t > 0.1$) and for turbulent length scales still higher ($\Lambda/d > 58$). In the present contribution we have chosen to study the unexplored problem of the wake for incident flows with high turbulent intensities and integral length scales near the sphere diameter. This is a flow regime that shares similar ranges of Λ/d and of I_t with bubble-induced turbulence in homogeneous swarms of rising bubbles at high-Reynolds number^{10,11,12}. The attenuation of the wake of a sphere imbedded in an homogeneous and isotropic turbulence is nevertheless different from the attenuation of the wake of a bubble in a swarm due to multi-body interactions¹². It remains that the present contribution, devoted to experiments describing precisely the modification of a wake due to its interaction with an homogeneous and isotropic intense turbulence at large scale, may give some light to generic mechanisms of turbulence distortion in flows round obstacles.

Authors	methodology	Re_S	$\frac{\Lambda}{d}$	$I_t = \frac{u'_\infty}{U_\infty}$
Wu & Faeth ^{6,7}	experimental	125 - 1560	8 - 59	0.04 - 0.07
Bagchi & Balachandar ⁹	LES	58 - 610	52.6 - 333.3	0.1 - 0.25
Legendre & al. ⁸	DNS	200	7.69	0.0371

Table 1: Parametric range of some works on the response of a sphere wake to a turbulent incident flow.

II. EXPERIMENTAL METHODS

The test sphere, of diameter $d = 2cm$, is set on the axis of a channel of square section. The sphere is fixed on a stainless steel screw of $2mm$ diameter mounted in tension to prevent sphere vibrations. The width of the channel is equal to $L = 0.22m$, its length to $2.4m$. The channel is feeded by gravity from a water tank with a constant level. A convergent section of high aspect ratio ensures a uniform flow at the inlet section of the channel. The pump delivers mean flows with mean velocities at the location of the sphere U_∞ in the range $[5.10^{-3} - 0.1]m/s$, so that the channel Reynolds number $Re_C = \frac{U_\infty L}{\nu}$ varies from 1000 to 22000 and the flow regime from transitionnal to turbulent. When the velocity of the water is changed both Reynolds numbers of the channel Re_C and of the relative movement of the sphere $Re_S = \frac{U_\infty d}{\nu}$ are simultaneously changed. In

this work we present measurements of velocities in the wake for $Re_S = 110, 230, 670$ and 1080 . In a uniform steady incident flow the corresponding wakes regimes would be respectively steady and axisymmetric, steady and non-axisymmetric, and for both higher Reynolds numbers : unsteady double-thread with vortex shedding. Velocity measurements have been done by Doppler Velocimetry using a Spectra Physics 2016 argon laser in dual-beam ($488 - 514.5nm$), forward-scattered, frequency-shifted mode, and a Burst Spectrum Analyser (55N10 Dantec). The beam expander yielded a measuring volume having a diameter of $80\mu m$ and a length of $660\mu m$. The flow was seeded with Iridim 111. Data rates were in the range $10 - 30Hz$. Sampling periods were at least of $360s$. Experimental uncertainties can be estimated from data scattering to be around 2% for the mean velocity and 5% for the *r.m.s.*.

U_∞ (m/s)	Re_c	Re_s	w_∞ (m/s)	v_∞ (m/s)	w_∞/U_∞	Λ/d
0.0053	1170	110	$1.37 \cdot 10^{-3}$	$1.3 \cdot 10^{-3}$	0.26	2.9
0.0111	2440	230	$2.6 \cdot 10^{-3}$	$2.3 \cdot 10^{-3}$	0.22	3.8
0.0333	7330	670	$5.0 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	0.14	3.9
0.0540	11880	1080	$8.0 \cdot 10^{-3}$	$8.5 \cdot 10^{-3}$	0.13	2.9

Table 2 : Summary of test conditions.

Preliminary measurements have been performed in the absence of the sphere to characterise the statistiscal properties of the channel flow. The longitudinal location of the sphere has been chosen far enough from the inlet section of the channel (at $90cm$) to ensure that the channel flow impacting the sphere is fully developped. In the neighbourhood of the channel axis, on a transverse distance larger than $15cm$ the flow is uniform and the turbulence is isotropic. The mean velocity and the turbulence are thus uniform in the region where we study the wake development. In table 2 the mean and *r.m.s.* velocities of the incident flow (U_∞ , w_∞ , v_∞) as well as its integral length scale (Λ) are reported for the 4 runs. The integral length scale was estimated from the integral time scale

using Taylor hypothesis. The channel delivers an intense turbulence with a level varying with the Reynolds number, but with an integral length scale varying in a narrow range ($\Lambda \in [2.9d - 3.8d]$). This is an interesting characteristic of our study, that allows to discuss the wake modifications induced by varying the Reynolds number of the sphere and the incident turbulence intensity alone. The velocity spectra measured in the channel in the absence of the sphere at its location show that, whatever the Reynolds number, the set-up allows to produce an intense and fully developped turbulence (figure 1).

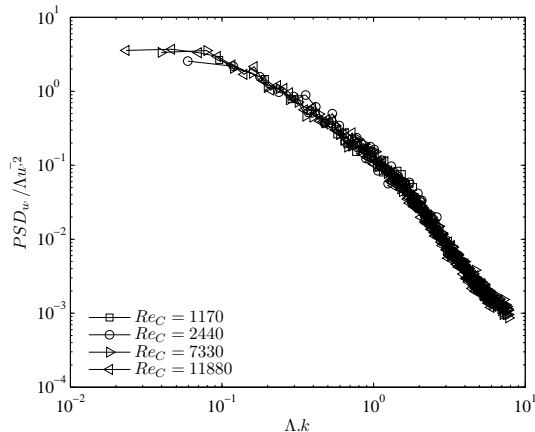


FIG. 1: Spectra of the longitudinal velocity of the incident flow for the 4 runs $1170 \leq Re_C \leq 11880$

III. RESULTS AND DISCUSSION

A. Mean velocity

Figure 2 shows the evolution of the mean streamwise velocity U normalized by the incident mean velocity U_∞ along the z axis of the sphere ($z = 0$ at the center of the sphere). In the region upstream of the sphere the flow decelerates and U/U_∞ goes from 1 to 0 in about $1.5d$ whatever Re_S . Downstream, in the near wake ($2z/d < 2.5$) the negative velocities indicate that there exists a mean recirculating region. We have measured the longitudinal extend of this attached recirculating wake l_w as the distance between both positions where the longitudinal velocity is equal to zero on figure 2. We can estimate $l_w = 0.6d$ at $Re_S = 110$ and $l_w = 0.75d$ for the higher Reynolds numbers. The widening and lengthening of the recirculating wake with increasing Re_S is a common observation. But this recirculation region is smaller than the one observed for a sphere in a laminar incident flow at the same Reynolds numbers (Clift, Grace & Weber¹³). Such a decrease of the extend of the recirculation region due to an incident turbulence has also been observed by Bagchi & Balachandar⁹, it is nevertheless stronger in our conditions. The transverse profiles of the mean velocities at $2z/d = 2$ confirm that in the vicinity of the wake the mean flow is independent of the Reynolds number for $Re_S \geq 200$ (figure 3). The transverse width of the wake $l(z)$, defined as the distance between the 2 points where the velocity is equal to $(U(z, r = 0) - U_\infty) \exp(-1/2)$, is evaluated at $2z/d = 2$ and found independent of Re_S and equal to $l(2z/d = 2) \approx 0.4d$.

At $2z/d = 6$ the mean wake has already been strongly attenuated as shown on figure 4. The mean velocity defect $u_d(z, r) = U(z, r) - U_\infty$ is very low, and the mean transverse velocity V is negligible. The width of the wake is also independent of Re_S and equal to

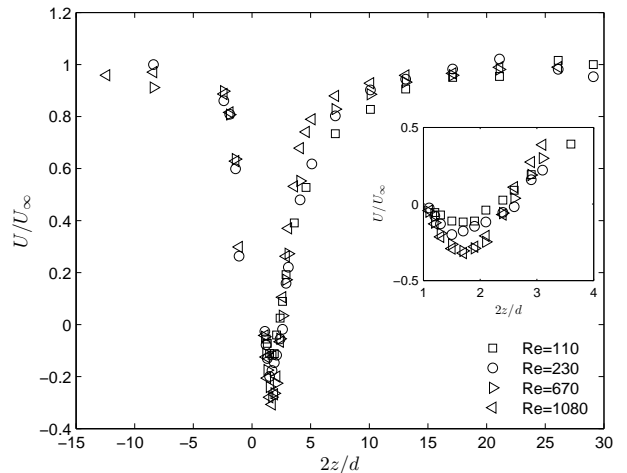


FIG. 2: Mean streamwise velocity along the axis of the flow

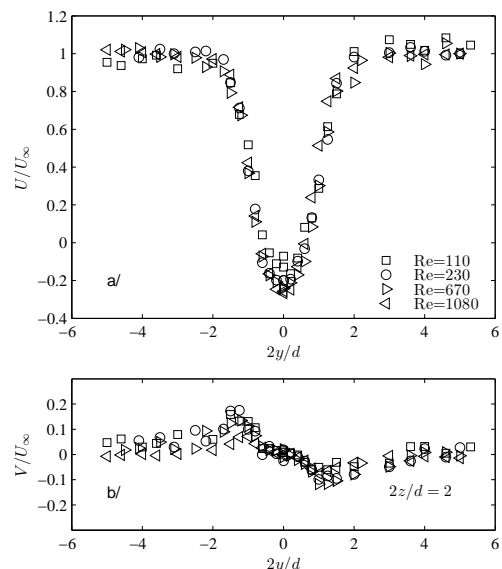


FIG. 3: Transverse profiles of the mean streamwise U (a/) and transverse V (b/) velocities near the sphere ($2z/d = 2$)

$l(2z/d = 6) \approx 0.8d$. An order of magnitude of the initial wake expansion rate is therefore $dl/dz \approx 0.2$. At $2z/d = 6$, the classical self-similar law holds for the mean velocity defect : $u_d(z, r) = u_{d0}(z)F(\eta)$ with $\eta = y/l(z)$ and $F(\eta) = \exp(-\eta^2/2)$ as in^{6,7,8,9} (figure 4). But the value of dl/dz is far higher than in the study of Legendre *et al.*⁸ who considered a lower turbulence intensity ($I = 3.71\%$) with a similar length scale ratio Λ/d .

In our experiments, the inspection of figure 5 reveals that the mean velocity defect on the axis $u_{d0}(z)$ decays as z^{-2} between 3 and 30 radii of the sphere. The previous

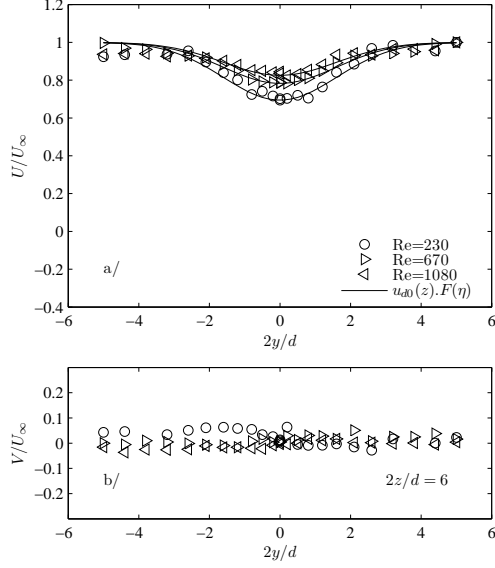


FIG. 4: Transverse profiles of the mean streamwise U (a/) and transverse V (b/) velocities at ($2z/d = 6$)

(Continuous line : $u_d(z, r) = u_{d0}(z)F(\eta)$ with $F(\eta) = \exp(-\eta^2/2)$ and $u_{d0}(z) = u_d(z, r = 0)$)

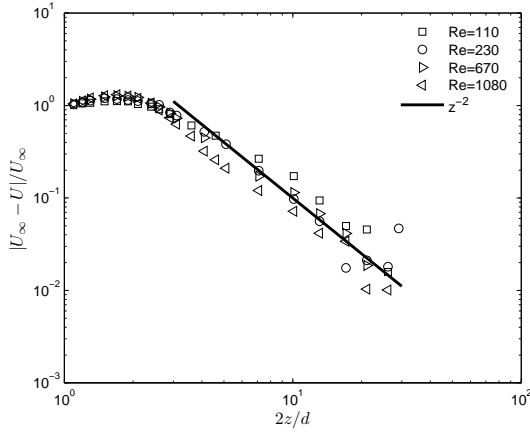


FIG. 5: Evolution along the axis of the velocity defect normalized by U_∞

studies^{6,7,8,9} have all found decays as z^{-1} for $2z/d < 30$. Nevertheless, Wu & Faeth^{6,7}, as well as Legendre *et al.*⁸, have shown that, far from the sphere, from the location where the *r.m.s.* velocity of the incident turbulence becomes greater than the mean velocity defect, the decay is enhanced and follows a z^{-2} law. In our experiments, the incident turbulence is intense enough to impose the z^{-2} law from $2z/d = 3$. But the intensity of the turbulence cannot explain by itself the development of this z^{-2} law. Our results and those of Bagchi & Balachandar⁹ were

obtained with incident turbulences of similar high intensities. The major difference between both cases is that the integral length scale of the incident turbulence is, in our study, of same order of magnitude as the diameter of the sphere, while, in the study of Bagchi & Balachandar, it is nearly two orders of magnitude greater.

B. Turbulence modulation in the wake

The dynamics of the turbulent velocities downstream of a sphere are complex when the incident flow is turbulent, because they involve three different mechanisms : (i) the turbulence produced by the wake at high enough Reynolds numbers Re_S which is the only one that exists when the incident flow is laminar, (ii) the incident turbulence that interacts with the obstacle when it goes round it before entering the wake and (iii) the interaction between both turbulences.

The evolution of the ratios w/U_∞ and v/U_∞ of the local *r.m.s.* velocities to the upstream mean velocity are plotted in figure 6 as a function of the longitudinal position along the sphere axis.

Upstream of the sphere, when $2z/d \approx -10$, the turbu-

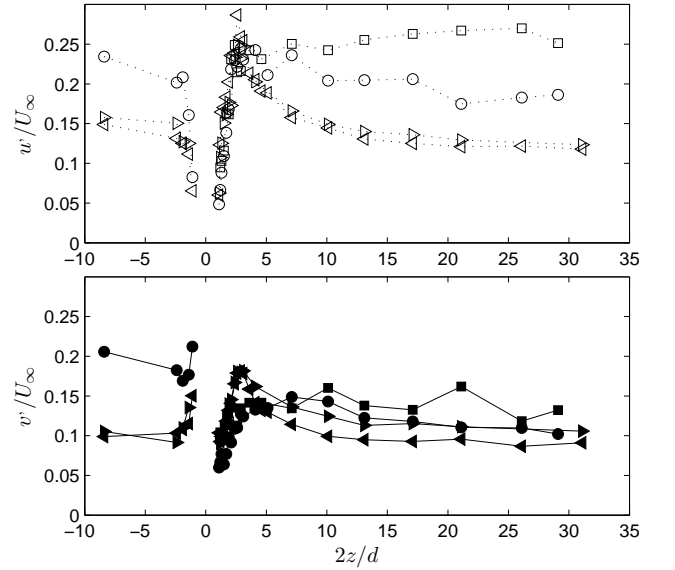


FIG. 6: Evolution along the axis of the *r.m.s.* velocities normalized by U_∞ . u' white symbols, v' black symbols; \square , \blacksquare $Re_S = 110$; \circ , \bullet $Re_S = 230$; \triangleright , \blacktriangleright $Re_S = 670$; \triangleleft , \blacktriangleleft $Re_S = 1080$. (Measurements were not performed upstream of the sphere for $Re_S = 110$)

lent intensities tend towards their asymptotic values in the absence of the sphere. In the vicinity of the sphere

($-3 < 2z/d < 0$) the incident turbulence is strongly modified. This turbulence, is, of course, submitted to classical turbulent-turbulent interactions and dissipation mechanisms, but it is here primarily distorted by the mean flow around the sphere and by blocking effects caused by vortices impacting the sphere surface, because the turnover time (Λ/u_∞) is far higher than the time required for a vortex to cross the sphere (d/U_∞). For incident turbulence at large scale ($\Lambda/d \approx 3 - 4$) the distortion by blocking mechanism explains the decrease of w and the increase of v on the stagnation line in a region of extend Λ in the vicinity of the upstream sphere surface in agreement with the predictions of Durbin¹⁵ using Rapid Distorsion Theory.

Downstream of the sphere we can distinguish several longitudinal evolutions of the turbulence depending on the Reynolds number and on the distance from the sphere.

At $Re_S = 110$ there is no local maximum of w along the axis, neither of v , because the vortex shedding due to the intrinsic instability of the wake may have not been activated. The absence of maximum is more clear on figure 7 where we have plotted in logarithmic coordinates the ratios w/u_∞ and v/u_∞ to analyze another normalisation of the turbulence to be discussed in the following. Surprisingly, at $Re_S = 230$, the longitudinal velocity fluctuation w presents a small maximum in the region near the sphere. Whether this is due to an earlier onset of vortex shedding or to wake oscillations induced by the external turbulence is not clear. For the higher Reynolds numbers ($Re_S \geq 670$), there is a clear maximum of the velocity fluctuations indicating that the incident mean flow is strong enough to produce in the near wake velocity fluctuations emerging from the incident turbulence. The maxima of w and v are located near $2z/d = 3$ except the one of v for $Re_S = 230$ which is displaced farther downstream ($2z/d \approx 7$). The values of the maxima of w/u_∞ at both higher Re_S are similar to the ones measured by Wu & Faeth⁶ for lower turbulence intensities and nearly comparable turbulent length scales. The intense turbulence of our flows have nevertheless a major effect on the maxima of v/u_∞ which are strongly reduced as compared to the values observed by Wu & Faeth.

In the vicinity of the obstacle ($2z/d < 4$), for $Re_S \geq 670$, the velocity fluctuations normalized by U_∞ do not depend on the Reynolds number (figure 6), while when normalized by u_∞ they are still sensitive to Re_S (figure 7). They also evolve linearly with z similarly to what would be observed in the near wake of a sphere with a laminar incident flow². In these conditions, the external perturbations may not penetrate into the recirculating wake and the initial evolution of the velocity fluctuations along the axis is clearly the signature of the growth of a perturbation resulting from the deficit of mean momentum in the near wake.

Suddenly, for $2z/d > 6 - 7$, whatever the Reynolds number, the *r.m.s.* velocity profiles become uniform in the longitudinal direction (figures 6 & 7). In this region farther from the sphere, the characteristics of the veloc-

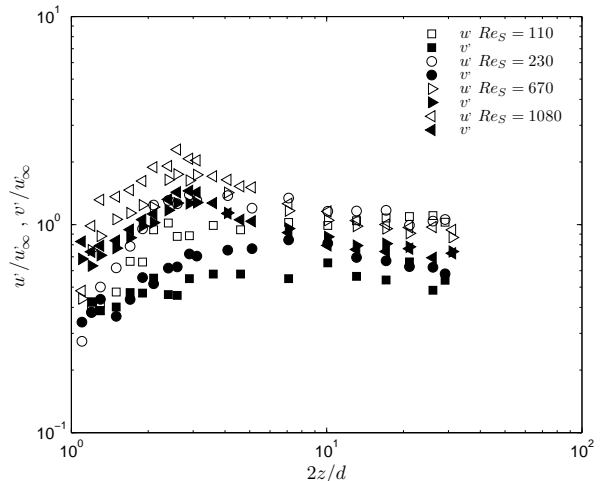


FIG. 7: Evolution along the axis of the *r.m.s.* velocities normalized by u_∞

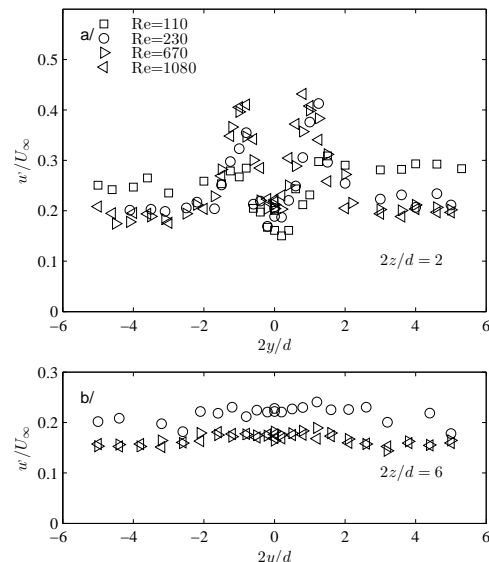


FIG. 8: Transverse profiles of the *r.m.s.* streamwise velocity w at a / $2z/d = 2$ and b / $2z/d = 6$

ity fluctuations are, nevertheless, different from the ones of the incident turbulence. This is particularly clear on figure 7 where one can see that, even if the longitudinal velocity fluctuations have returned to their incident values ($w/u_\infty \approx 1$), the transverse velocity fluctuations remain lower than their incident values even at $2z/d = 30$: $v/u_\infty \approx 0.5$ for $Re_S = 110$ and 0.75 for $Re_S \geq 670$. We think that the uniform values observed in the region far from the sphere are mainly controlled by the external turbulence. This surrounding turbulence in a region

external to the wake is different from the incident turbulence as it has been distorted by the sphere. The origin of the anisotropy may thus primarily result from the anisotropy of this external turbulence and its further interaction with the wake. Indeed, Rapid Distorsion Theory predicts an attenuation of v' component and a moderate increase of w' in the external flow region around an obstacle (see Britter *et al.*¹⁴ around a circular cylinder, or Durbin¹⁵ around a sphere). The values of v'/u_∞ far from the sphere are more sensitive to the Reynolds number than the values of w'/u_∞ . A similar trend was observed by Wu & Faeth⁶. Bagchi & Balachandar⁹ also observed that the higher the incident turbulent intensity, the more pronounced damping of v' in the far wake. The deviation from isotropy is less important at high Re_S , and reaches a level independent of the Reynolds number for $Re_S \geq 670$.

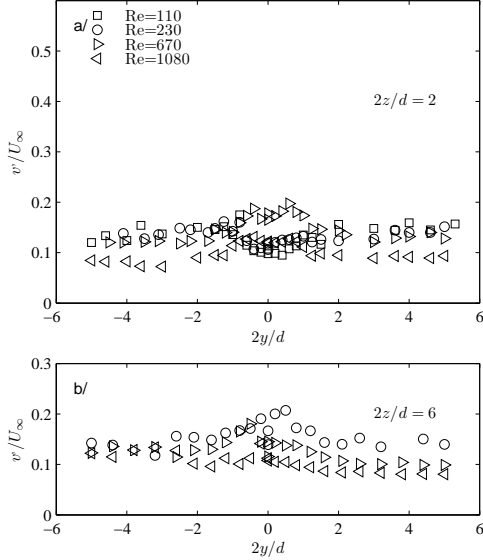


FIG. 9: Transverse profiles of the *r.m.s.* transverse velocity v' at a/ : $2z/d = 2$ and b/ : $2z/d = 6$

Transverse profiles of the *r.m.s.* velocities and of the shear stress have been explored at two locations downstream of the sphere ($2z/d = 2$ and 6). The values of the velocity fluctuations normalized by U_∞ are plotted in figure 8 for w' , figure 9 for v' and figure 10 for the shear stress $\overline{u'v'}/U_\infty^2$. These profiles confirm that there exists also in the transverse direction a distinction between a near-wake region and a region external to the wake dominated by external turbulence distorted by the flow going round the sphere. If a central region with important turbulence and shear stress persists ($2|y|/d < 2$) at $2z/d = 2$, for $2|y|/d > 2$ the external turbulence is uniform and shearless. And for $2z/d = 6$ deviations of the turbulent fluctuations from uniformity are nearly

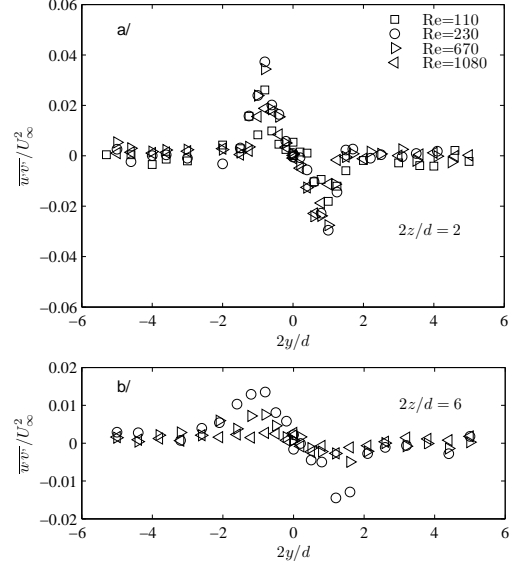


FIG. 10: Transverse profiles of the shear stress $\overline{u'v'}$ at a/ : $2z/d = 2$ and b/ : $2z/d = 6$

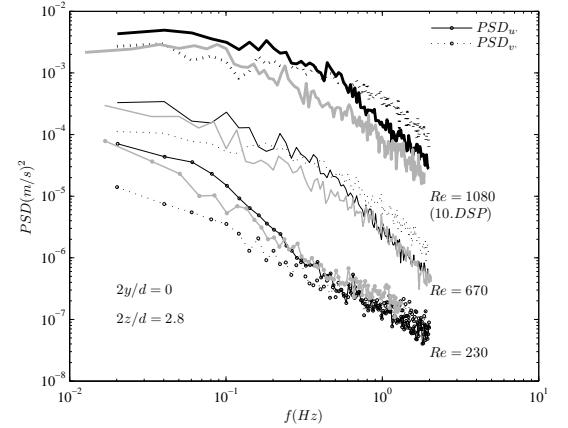


FIG. 11: Spectra of longitudinal and transverse velocities u' and v' at $2z/d = 2.8$. (grey line : spectrum of u' in the channel without sphere)

negligible, and the shear stress is nearly equal to zero everywhere. At $2z/d = 2$ the enhancement of the longitudinal velocity w' as compared to w_∞ in the external region ($2|y|/d > 2$), and the associated attenuation of the transverse component v' are in agreement with the predictions of Britter *et al.*¹⁴ in the lateral region around an obstacle. In the near-wake region we have also observed that the flow does not produce noticeable transverse velocity fluctuation v' as compared to w' (figures 8 and 9). This illustrates the anisotropy of the interaction of the external turbulence with the wake.

The power spectral densities of u' and v' measured on

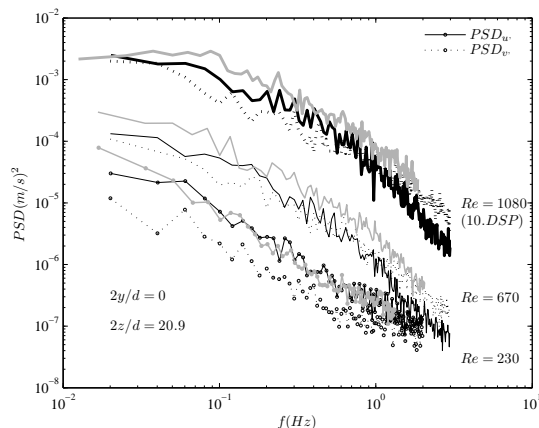


FIG. 12: Spectra of longitudinal and transverse velocities u' and v' at $2z/d = 20.8$. (grey line : spectrum of u' in the channel without sphere)

the centerline of the wake in the near-wake region are plotted in figure 11 for $Re_S \geq 230$. They reveal that the interaction of the incident turbulence with the wake leads to a modulation of the turbulent fluctuations that strongly depends on the frequency. At low frequencies, whatever the Reynolds number, the amplitude of the longitudinal velocity fluctuation u' is enhanced as compared to the incident flow, while the amplitude of the transverse component v' is reduced. This could be the signature of the distortion of the incident turbulence. Then, at high frequencies, an increase of the energy of both velocity components appears as Re_S increases above 230. It is more important when the strength of the incident flow is increased. This is probably activated by vortex shedding as it is centered on frequencies compatible with the Strouhal numbers observed for wakes in laminar incident flows. The increase of energy affects a more extended range of high frequencies for v' than for u' .

Farther downstream, at $2z/d = 20.9$, the power density spectra of u' or of v' do no longer present any frequency with oscillation amplitude higher than in the incident flow. All frequency components are attenuated as com-

pared to the incident turbulence. The more pronounced attenuation of the low frequency components of u' between $2z/d = 2.8$ and $2z/d = 20.9$ is the most noticeable modification of the spectra. We can also notice a tendency to isotropy at the smaller scales for $Re_S > 230$ for $2z/d = 20.9$.

C. A mean wake controlled by turbulence

We have already seen two important properties of the wake after $2z/d = 6$ which are independent of the Reynolds number between 110 and 1080 : (i) the z^{-2} decrease law of the velocity defect, (ii) the existence of a central region near the axis where the turbulence is quite uniform but still non isotropic, with its level controlled by the incident velocity fluctuation u'_∞ . Figure 13 shows the longitudinal evolution of the mean velocity defect normalized by u'_∞ . It is noteworthy that this normalisation allows to group all the runs together. This put in light that the particular wake of a sphere immersed in a strongly turbulent flow with length scales comparable to the diameter is dominated by the external turbulence.

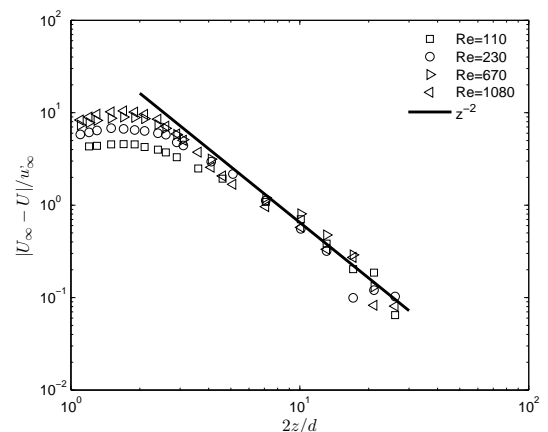


FIG. 13: Evolution along the axis of the velocity defect normalized by u'_∞

¹ T.A. Johnson, and V.C. Patel, “Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300”, J. Fluid Mech. **378**, 19-71 (1999).

² D. Ormières, and M. Provansal, “Transition to Turbulence in the wake of a sphere”, Physical Review Letters **83-1**, 80-83 (1999).

³ G.K. Batchelor, “An introduction to fluid dynamics”, Cambridge University Press. (1967)

⁴ H. Tennekes, and J. L. Lumley, “A first course in turbulence”, The MIT Press. (1972)

⁵ M.S. Uberoi, and P. Freymuth, “Turbulent Energy Balance and Spectra of Axisymmetric Wake”, Phys. Fluids **13-9**, 2205-2210 (1970).

⁶ J. S. Wu, and G. M. Feath, “Sphere wakes at moderate Reynolds numbers in a turbulent environment”, AIAA Journal **32**, 535-541 (1994.a).

⁷ J. S. Wu, and G. M. Feath, “Effect of ambient turbulence intensity on sphere wakes at intermediate Reynolds numbers”, AIAA Journal **33**, 171-173 (1994.b).

⁸ D. Legendre, A. Merle, and J. Magnaudet, “Wake of a

- spherical bubble or a solid sphere set fixed in a turbulent environment”, *Phys. Fluids* **18**, – (2006).
- ⁹ P. Bagchi, and S. Balachandar, “Response of the wake an isolated particle to an isotropic turbulent flow”, *J. Fluid Mech.* **518**, 95–123 (2004).
 - ¹⁰ F. Risso, and K., Ellingsen “Velocity fluctuations in a homogeneous dilute dispersion of high-Reynolds-number rising bubbles.” *J. Fluid Mech.* **453**, 395–410 (2002).
 - ¹¹ V. Roig, and A., Larue de Tournemine “Measurement of interstitial velocity of homogeneous bubble flows at low to moderate void fraction.” *J. Fluid Mech.* **572**, 87-110 (2007).
 - ¹² F. Risso, V. Roig, Z. Amoura, G. Riboux, A.M. Billet 2008 “Wake attenuation in large Reynolds number dispersed two-phase flows.” *Phil. Trans. R. Soc. A* **366**, 2177-2190
 - ¹³ R. Clift, J. R. Grace, and M. E. Weber, “Bubbles, drops and particles”, Academic Press. (1978).
 - ¹⁴ R.E. Britter, J.C.R. Hunt and J.C. Mumford, “The distortion of turbulence by a circular cylinder”, *J. Fluid Mech.* **92**, 269–301 (1979).
 - ¹⁵ P.A. Durbin, “Distorted turbulence in axisymmetric flow”, *Quarterly Jnl of Mechanics & App. Maths.* **34**, 489–500 (1981).

Chapitre 3

Conception du réseau de sphères et première validation de l'écoulement.

1) Introduction

L'objet de ce travail est l'étude de l'écoulement au travers d'un réseau d'obstacles fixes dans des situations où l'inertie joue un rôle prépondérant. Plus précisément, nous nous intéressons à comprendre quelle est la nature de l'agitation de la phase liquide produite par l'interaction des sillages engendrés par les obstacles et à comprendre comment en retour cette agitation modifie l'écoulement dans le voisinage de chaque obstacle. Cette étude doit permettre de mieux comprendre l'agitation au sein des écoulements à bulles à grand nombre de Reynolds. Elle s'inscrit d'ailleurs dans la continuité des travaux de recherche de l'équipe sur ce thème, et notamment dans la continuité de la thèse de G. Riboux (2007) qui a montré que les interactions de sillages étaient le mécanisme clé de l'agitation dans un nuage de bulles en ascension sous l'effet de la gravité. Ici, l'étude de l'écoulement au travers d'un réseau de sphères fixes doit permettre une investigation plus aisée des régions proches et éloignées des obstacles ainsi qu'une distinction entre le rôle des inhomogénéités spatiales et des fluctuations temporelles du champ de vitesse.

Dans ce travail, nous allons nous concentrer sur la situation assez peu étudiée qui est celle d'un réseau de sphères disposées aléatoirement dans l'espace, à une fraction volumique modérée de 2% et pour des nombres de Reynolds de sphères Re_s compris entre 100 et 1000. L'objet de ce chapitre est de présenter la démarche de conception du réseau qui est placée dans la veine d'essai du canal hydraulique décrit au chapitre 1. Il s'est agi tout d'abord de trouver un moyen de produire une distribution aléatoire de sphères prenant en compte les contraintes pratiques imposées par la mise en œuvre expérimentale. Ensuite, une première exploration hydrodynamique de l'écoulement a été effectuée par LDA. Enfin, la méthode expérimentale d'exploration approfondie du champ de vitesse par PIV est présentée à la fin de ce chapitre, en explicitant en particulier les contraintes imposées sur la mesure par la disponibilité des accès optiques.

2) Définition du réseau et contraintes expérimentales

2.1) Choix du type de configuration

Il existe de nombreux régimes d'écoulements au sein de divers réseaux d'obstacles qui dépendent des paramètres suivants :

- forme des obstacles,
- nombre de Reynolds de l'écoulement autour des corps,
- nombre d'obstacles par unité de volume, fraction volumique des obstacles,
- distribution spatiale des positions des obstacles.

Le souci de situer ce travail dans la continuité des études précédentes de l'équipe (Thèses K. Ellingsen (1998), A. Larue de Tournemine (2001), G. Riboux (2007)), nous a conduits à effectuer les choix explicités ci-après. La comparaison entre simulations numériques des grandes échelles modélisant l'écoulement dans un nuage de bulles par une distribution aléatoire de sources volumiques de quantité de mouvement (Risso & Legendre 2003, Riboux 2007) a montré que ni la forme des inclusions, ni la nature de la condition à la limite à leur surface (bulle ou solide), ni même le mouvement relatif des inclusions entre elles, ne jouent un rôle déterminant dans la structuration du champ d'agitation. Le point essentiel pour que la simulation reproduise une grande partie de l'agitation dans un nuage de bulles est qu'il faut que chaque obstacle produise un sillage caractérisé par le même nombre de Reynolds et le même coefficient de traînée qu'en écoulement à bulles. Nous avons donc choisi de construire un modèle expérimental d'écoulement au travers d'un réseau aléatoire d'obstacles solides fixes constitués de sphères de plastiques.

La gamme du nombre de Reynolds des sphères Re_s a été choisie entre 100 et 1000 de manière à contenir la transition entre sillage stationnaire et instationnaire, situé autour de $Re_s = 300$ (Johnson et Patel, 1999), jusqu'à des régimes où le sillage commence à devenir turbulent.

Concernant la fraction volumique α des obstacles, les études précédentes montrent qu'entre 1 et 15% existe un régime unique d'écoulement caractérisé par une autosimilarité

des fluctuations du liquide lorsque l'échelle de vitesse est normalisée par $\alpha^{0,4}$ (Risso & Ellingsen 2002, Riboux 2007). Nous avons choisi de nous placer à $\alpha = 2\%$ dans la zone basse de ce régime pour faciliter la construction du réseau.

Enfin, Risso et Ellingsen (2002) ont montré que la distribution de la distance entre bulles successives passant au même point étaient bien décrite par une loi de Poisson, indiquant que la position de chaque bulle pourrait être considérée comme statistiquement indépendante de celles des autres. Nous avons donc choisi de concevoir un réseau de sphères distribuées aléatoirement dans l'espace.

2.2) Contraintes expérimentales

Le réseau de sphères doit être maintenu par un support en aluminium situé dans la veine d'essai du canal hydraulique décrit au chapitre 1. Cette veine d'essai à section carrée de $0,22m$ de côté mesure $0,80m$ de long. Nous avons choisi des sphères rigides de diamètre $d = 2cm$, soit environ 10 fois plus petites que la largeur L du canal de manière à ce que le rapport entre la taille des sphères et la taille de la veine d'essai ne constitue pas un paramètre influant sur les résultats. Obtenir une fraction volumique d'environ de 2% dans la veine d'essai nécessite donc d'y placer 200 sphères.

Les sphères sont maintenues par 97 tiges filetées en acier de $2mm$ de diamètre (filetage inclus) qui traversent le canal de part en part dans la direction horizontale y perpendiculaire à l'écoulement. Nous nous attendons à ce que l'influence des tiges sur l'écoulement soit négligeable. Même si leur fraction volumique totale est d'environ un tiers celle des sphères (soit 0,7% du volume de la veine d'essai), leur diamètre dix fois plus petit que celui des sphères assure que l'extension de la région d'écoulement perturbé par leur présence est beaucoup plus restreinte que celle des sphères, d'autant plus que le nombre de Reynolds qui leur est associé est aussi dix fois plus petit, c'est-à-dire compris entre 10 et 100.

Deux importantes contraintes imposées par la présence du support de maintien des sphères doivent cependant être considérées sérieusement. La première concerne la restriction

des accès optiques qui restreindra les régions accessibles à la mesure par LDA et PIV. Le support en aluminium (figure 3.1) est muni de deux grands hublots ($0,22 \times 0,376 m^2$) sur les faces parallèle aux tiges (direction y). Dans la direction x , l'accès optique n'est donc limité que par la présence de la poutre centrale nécessaire pour assurer la rigidité de la structure et sa résistance à la tension des tiges. Sur les faces perpendiculaire aux tiges 16 hublots de dimensions ($0,034 \times 0,21 m^2$) sont disposés entre les poutres sur lesquelles sont fixées les tiges. L'accès optique dans la direction y , limité à ces hublots, est donc significativement restreint.

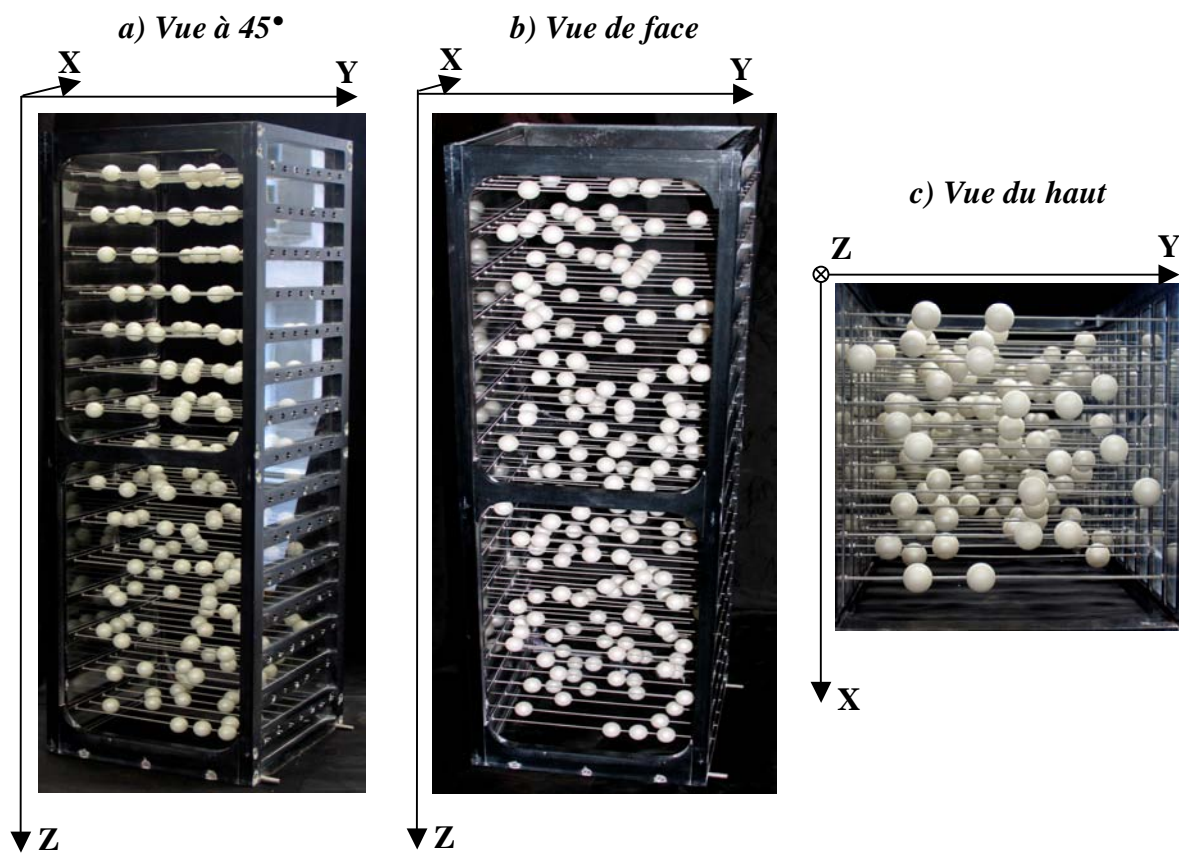


Figure 3.1 : Configuration du réseau de sphères utilisée dans cette étude.

La seconde contrainte est que nous ne pouvons placer les centres des sphères en des points quelconques de l'espace puisqu'elles sont tenues par des tiges. Si leur position dans la direction y correspondant aux tiges peut être quelconque, en revanche, les positions des sphères doivent obligatoirement se distribuer sur ces tiges elles-mêmes disposées sur un maillage discret décrit sur la figure 3.2. Comme on peut le voir, nous avons choisi de disposer les points d'ancrage des tiges sur des lignes horizontales avec un espacement régulier de $3 cm$

($1,5d$). Ces lignes horizontales sont espacées de 5cm ($2,5d$) et les points d'ancrage sont disposés en quinconce ; on alterne ainsi des lignes de 6 et 7 tiges. Il est clair que cette discrétisation dans le plan (x, y) peut avoir des conséquences sur la distribution des positions relatives des sphères. L'objet du prochain paragraphe sera d'en mesurer les effets.

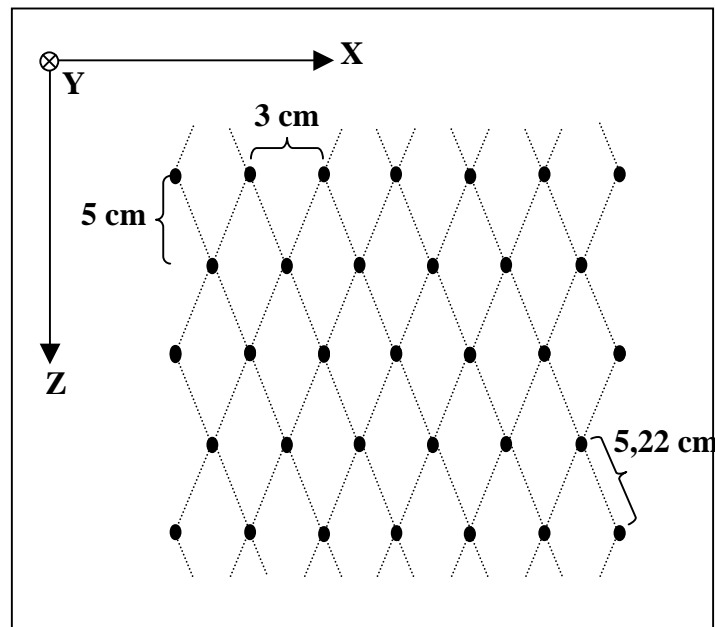


Figure 3.2 : Disposition des tiges dans le plan (X, Z).

3) Choix des positions des sphères

Il nous faut définir les positions des centres des sphères que nous allons disposer dans la veine d'essai en prenant en compte les contraintes expérimentales que nous venons d'exposer. Bien sûr, nous ne souhaitons pas que les résultats obtenus soient spécifiques à la configuration géométrique que nous allons choisir, mais plutôt qu'ils soient représentatifs de la situation générique correspondant à une distribution aléatoire, dans un volume infini, de sphères dont les positions sont statistiquement indépendantes les unes des autres. Cette situation idéale n'est bien sûr pas réalisable car nous devons tenir compte des contraintes suivantes :

- les sphères ont une taille finie et ne peuvent pas se chevaucher,
- le volume du domaine d'essai est fini,
- une certaine discrétisation des positions est imposée par notre mode de maintien des sphères dans le canal.

Il s'agit d'évaluer les écarts à une situation idéale imposés par ces contraintes du point de vue de la distribution géométrique des sphères. Nous allons pour cela comparer les statistiques des positions relatives des sphères obtenues pour différents tirages aléatoires sous contraintes aux statistiques de la situation idéale.

3.1) Outils statistiques

L'un des outils statistiques qui permet de caractériser la disposition spatiale d'objets dans un réseau aléatoire est la densité de probabilité des vecteurs des positionnements relatifs. La position d'une sphère (notée 1) est définie par rapport à celle d'une autre sphère (notée 2) par la donnée de ses coordonnées sphériques r_{12} , θ_{12} et ϕ_{12} (figure 3.3). Les positions relatives d'un ensemble de N sphères sont caractérisés par la connaissance de l'ensemble des coordonnées r_{ij} , θ_{ij} et ϕ_{ij} pour tous les couples de sphères. Dans la suite, nous caractériserons statistiquement une distribution donnée de sphères par les densités de probabilités $G_r(r)$, $G_\theta(\theta)$ et $G_\phi(\phi)$ des coordonnées relatives des paires.

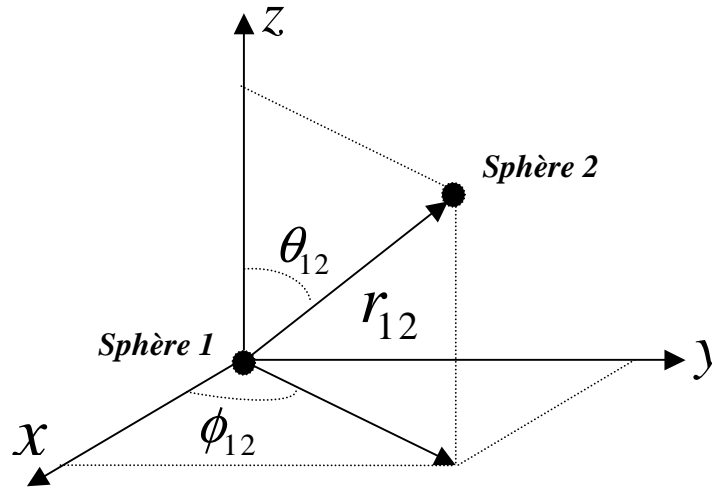


Figure 3.3 : Paramètres définissant la position d'une sphère par rapport à une autre.

3.2) Situation idéale en milieu infini

Commençons par considérer le cas d'objets ponctuels répartis aléatoirement indépendamment les uns des autres dans un volume infini. Il n'est pas possible de définir une densité de probabilité $G_r(r)$ puisque la probabilité de rencontrer une sphère à une distance r

croît sans limite avec r . On peut en revanche déterminer aisément les densités $G_\theta(\theta)$ et $G_\phi(\phi)$ en considérant que la probabilité de rencontrer une sphère dans un volume donné est proportionnelle à la mesure de ce volume.

Le volume V_θ du secteur de sphère de rayon R délimité par le cône d'angle θ (figure 3.4) s'écrit :

$$V_\theta = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\theta} \int_{r=0}^R r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\phi = \frac{2}{3} \pi R^3 (1 - \cos(\theta))$$

La probabilité de trouver une sphère dans ce volume est donc :

$$P(V_\theta) = \frac{V_\theta}{4/3 \pi R^3} = \frac{1}{2} (1 - \cos(\theta))$$

La densité de probabilité G_θ s'obtient ensuite en dérivant $P(V_\theta)$ par rapport à θ

$$G_\theta = \frac{1}{2} \sin(\theta)$$

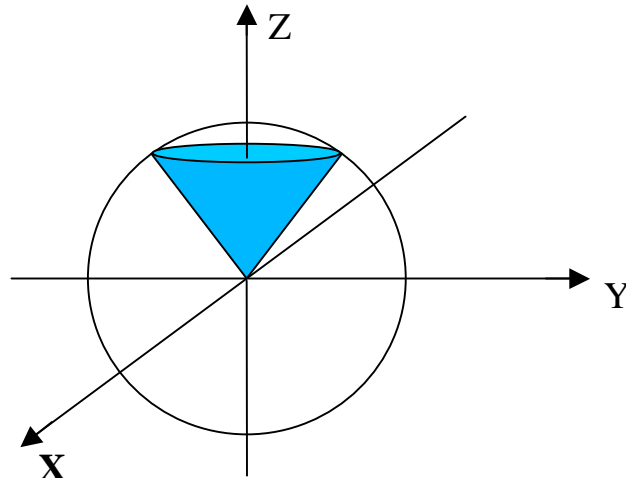


Figure 3.4 : Schéma du secteur de sphère contenant $N(\theta)$ sphères et du cône le délimitant.

Quant à la distribution de l'angle ϕ , elle s'obtient en considérant le volume balayé par un cercle d'axe vertical que l'on fait tourner autour de l'axe z (figure 3.5). Ce volume est

proportionnel à ϕ , ce qui implique que G_ϕ est une constante. Pour ϕ défini sur $[0, \pi]$, on a donc :

$$G_\phi(\phi) = \frac{1}{\pi}$$

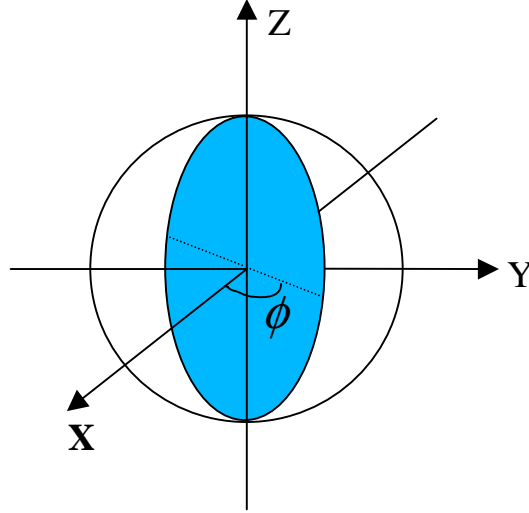


Figure 3.5 : *Disque formant un angle ϕ avec l'axe des x .*

3.3) Situations de références en milieu finis

Nous allons considérer le cas d'un domaine fini. Même si ce domaine est simplement une portion d'un milieu infini, les densités de probabilités G_r , G_θ et G_ϕ vont être influencées par la taille et la forme du domaine.

Nous avons utilisé la fonction « rand() » de Matlab pour tirer aléatoirement les coordonnées de N points répartis indépendamment les uns des autres dans deux types de formes de volumes.

Tout d'abord nous examinons un cas de référence 1 qui est un tirage dans un volume sphérique de diamètre $0,22m$ (égal à la dimension transversale de notre canal).

La figure 3.6 montre la densité de probabilité (*d.d.p.*) des distances G_r ainsi obtenue pour différentes valeurs de N comprises entre 50 et 1000. On constate que 50 points sont

suffisants pour assurer la convergence statistique. La probabilité de trouver deux sphères au même endroit ($r = 0$) n'est pas nulle puisque nous avons considéré des objets ponctuels qui peuvent se chevaucher. Enfin, on remarque que la loi obtenue est à peu près symétrique autour d'une distance correspondant au rayon du domaine ($r = 0,11m$).

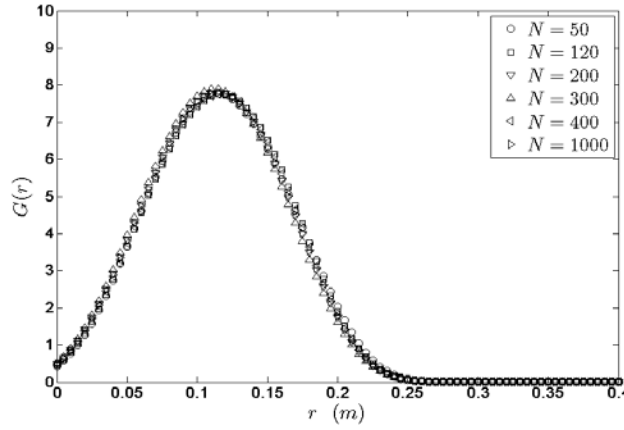


Figure 3.6 : Densité de probabilité de la distance r entre les centres des sphères de chaque paire pour le cas de référence 1

Les figures 3.7 présentent les *d.d.p.* des d'angles G_θ et G_ϕ . La convergence statistique est un peu moins rapide que pour G_r , mais elle est dans tous les cas atteintes pour $N = 200$. Dans les deux cas, les distributions tirées au sort sont bien décrites par les lois théoriques correspondant au cas du domaine infini (§3.b).

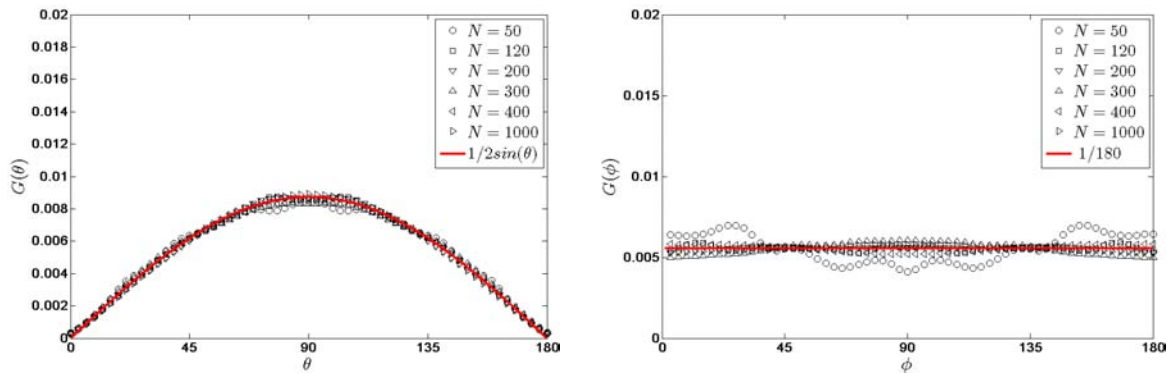


Figure 3.7 : *d.d.p.* des angles θ et ϕ pour le cas de référence 1.

Notre veine d'essai étant à section carrée, nous avons refait la même étude en imposant aux points tirés indépendamment les uns des autres d'être dans un cube de côté $0,22m$ (situation de référence 2). Les résultats sont reportés sur les figures 3.8 et 3.9 et sont comparés aux résultats obtenus dans le domaine sphérique.

La densité de probabilité des distances G_r est bien sûr différente puisque la distance maximale possible entre deux centres, r_{\max} , est maintenant la diagonale du cube, qui est $\sqrt{3}$ plus grande que le diamètre de la sphère. Après normalisation par r_{\max} on voit sur la figure 3.8b que les *d.d.p.* des distances pour les domaines cubiques ou sphériques sont quasiment indiscernables. Concernant les *d.d.p.* des angles, les différences avec le cas du domaine sphérique consistent en l'apparition de quelques bosses sur les distributions. Ces bosses sont cependant assez petites et s'estompent lorsque $N \rightarrow \infty$.

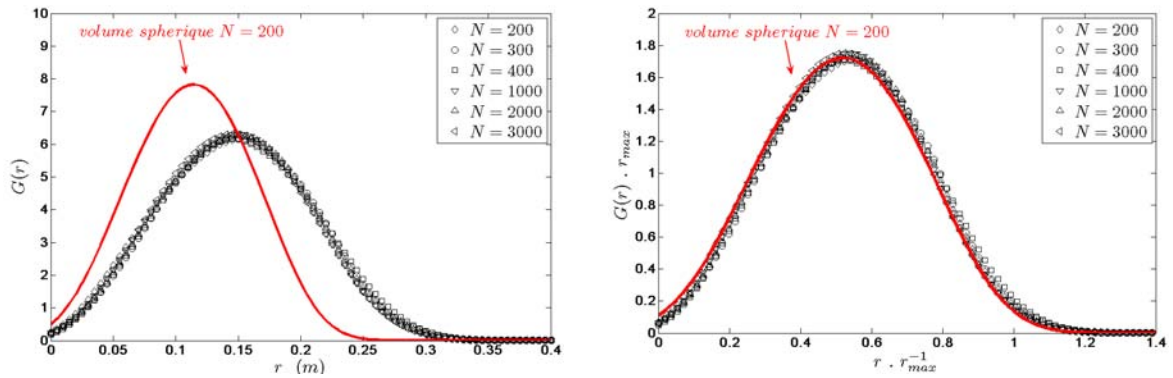


Figure 3.8 : *d.d.p.* $G_r(r)$ pour la configuration de forme cubique (situation de référence 2).

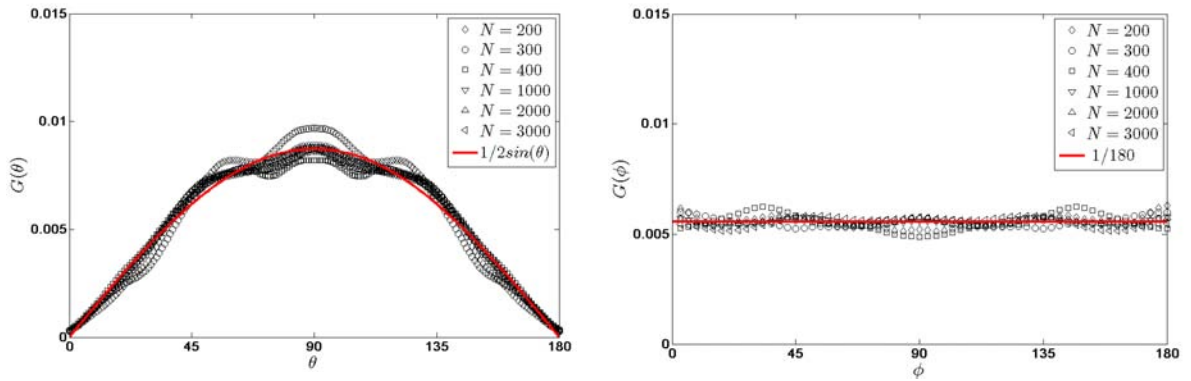


Figure 3.9 : *d.d.p.* des angles θ et ϕ pour la configuration de forme cubique (situation de référence 2).

Dans la suite, l'effet des autres contraintes géométriques sera étudié en se comparant à la fonction G_r obtenue dans le domaine cubique et aux fonctions G_θ et G_ϕ obtenues en domaine infini qui sont connues analytiquement.

3.4) Influence de la taille finie des sphères

Nous considérons maintenant un tirage de sphères de taille finie égale à $0,02m$ en imposant que les sphères ne se chevauchent pas et restent dans un volume cubique de taille $0,22m$ (situation de référence 3). Ceci est obtenu en testant après chaque tirage d'une nouvelle sphère qu'elle n'intersecte aucune de celles déjà tirées, ce qui revient à imposer une distance minimale entre les différents centres des sphères égale au diamètre des sphères. En cas d'intersection une nouvelle position est tirée pour cette nouvelle sphère jusqu'à satisfaire la condition de non-chevauchement.

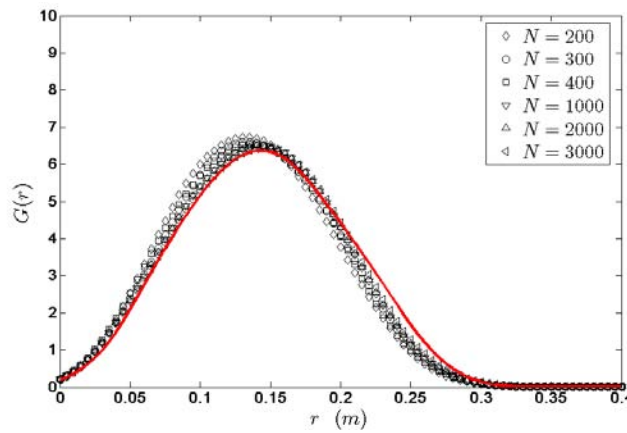


Figure 3.10 : d.d.p. $G_r(r)$ d'une configuration de forme cubique en tenant compte du non-chevauchement des sphères de diamètre $d = 0,02m$ (situation de référence 3).

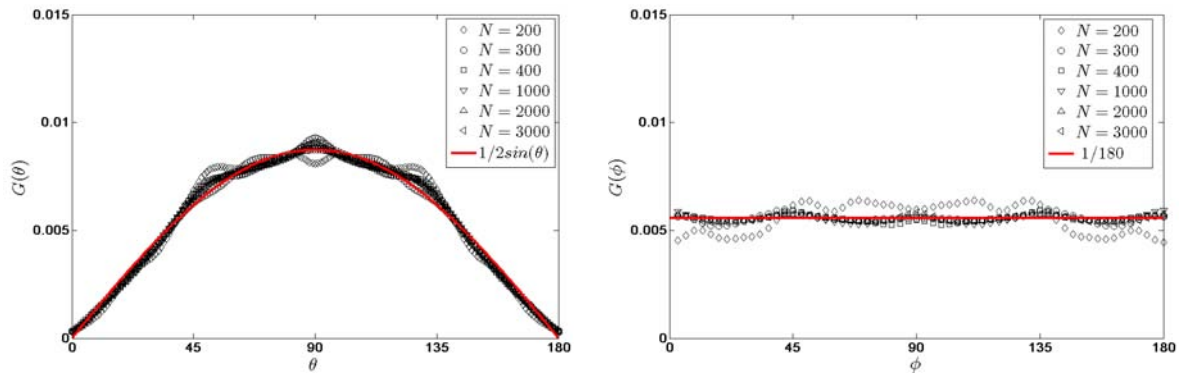


Figure 3.11 : d.d.p. des angles θ et ϕ pour une configuration de forme cubique en tenant compte du non-chevauchement de sphères de diamètre $d = 0,02m$ (situation de référence 3).

Les d.d.p. G_r , G_θ et G_ϕ sont présentées sur les figures 3.10, 3.11. On observe que de $N = 200$ à 3000 , c'est-à-dire pour des fractions volumiques comprises entre 2% et 11%, la prise en compte de la taille des sphères n'a ici qu'une très faible influence.

3.5) Influence de la distribution due aux tiges

A partir de maintenant, les tirages de sphères vont se faire dans le volume réel de la veine d'essai ($0,22 \times 0,22 \times 0,80 m^3$) pour $N=200$ sphères. Les statistiques seront cependant estimées dans quatre sous-domaines cubiques de $0,22m$ de côté (figure 3.12). Cela permettra une comparaison pertinente avec le cas de référence 3 et permettra de juger de la représentativité statistique des quatre sous-domaines.

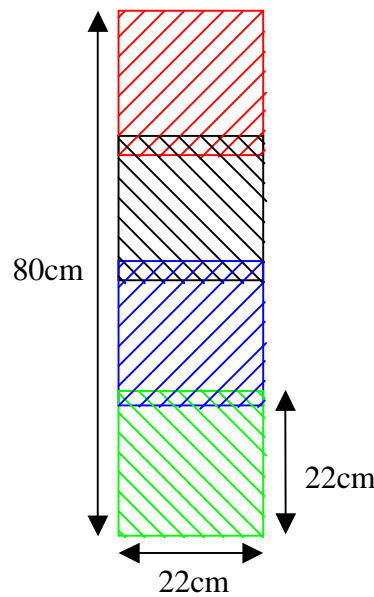


Figure 3.12 : Les quatre sous volumes cubiques dans lesquels l'étude statistique des trois paramètres r , θ et ϕ est faite.

De plus, les sphères sont maintenant placées sur les tiges de maintien dont la disposition a été présentée au paragraphe 2.b. Pour ce faire, on tire d'abord au sort pour chaque sphère laquelle des 97 tiges va la maintenir. Les coordonnées x et z de son centre sont alors fixées. On tire ensuite la position y qui peut prendre n'importe quelle valeur le long de la tige. A ce stade, on assure le non-chevauchement avec les sphères déjà tirées, si nécessaire.

Les résultats des statistiques pour les quatre sous-domaines sont présentés sur les figures 3.13 et 3.14. Concernant G_r , la contrainte imposée par les positions discrètes des tiges n'est pas très importante, les écarts avec la situation de référence étant du même ordre que ceux constatés entre les quatre sous-domaines, qui, il faut le rappeler, ne contiennent qu'environ $50 = N/4$ sphères chacun.

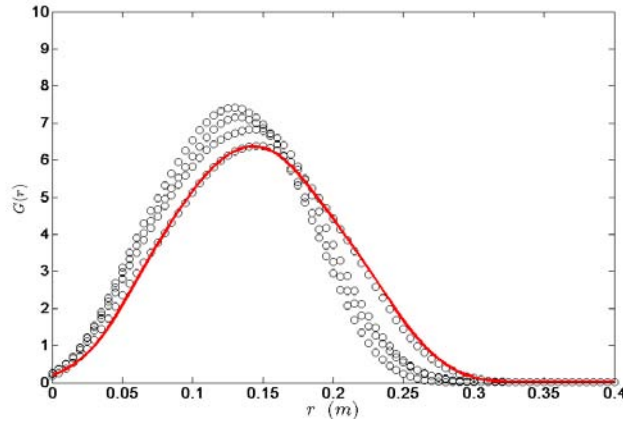


Figure 3.13 : *d.d.p. $G_r(r)$ pour les quatre sous-volumes cubiques appartenant au volume parallélépipède de la veine d'essai en tenant compte du non-chevauchement des sphères et de la discrétisation due aux tiges.*

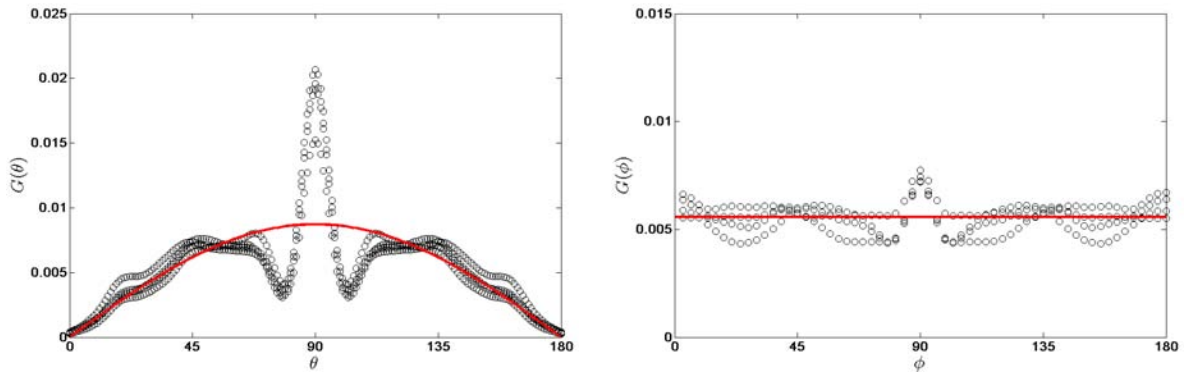


Figure 3.14 : *d.d.p. des angles θ et ϕ dans les quatre sous-volumes cubiques appartenant au volume parallélépipède de la veine d'essai en tenant compte du non-chevauchement des sphères et de la discrétisation due aux tiges.*

Concernant les angles, on constate que G_θ et G_ϕ sont assez proches du cas de référence sauf autour de $\theta = \phi = 90^\circ$ où des pics signalant un excès d'alignement dans la direction des tiges. Cet effet est plus visible sur l'inclinaison θ par rapport à la verticale que sur l'angle ϕ dans le plan horizontal. Ces pics sont cependant assez étroits, ce qui implique que leur aire, et donc la probabilité qu'il représente, n'est pas très importante.

3.6) La configuration retenue

Nous avons pensé qu'il était possible de réduire l'influence de la direction des tiges en diminuant la probabilité d'avoir un grand nombre de sphères sur la même tige. Pour cela nous avons placé deux sphères sur chaque tige, ce qui représente $2 \times 97 = 194$ sphères sur un total de 200. Puis nous avons tiré au sort les tiges destinées à accueillir les 6 sphères restantes.

Bien sûr, le tirage de la position de chaque sphère sur la tige a été effectué sans autre contrainte que celle de non-chevauchement.

Les d.d.p. G_r , G_θ et G_ϕ sont présentées sur les figures 3.15 et 3.16. Concernant G_r , l'ajout de cette nouvelle contrainte a essentiellement pour effet de diminuer les variations entre les quatre sous-domaines sans changer notablement la forme de la courbe.

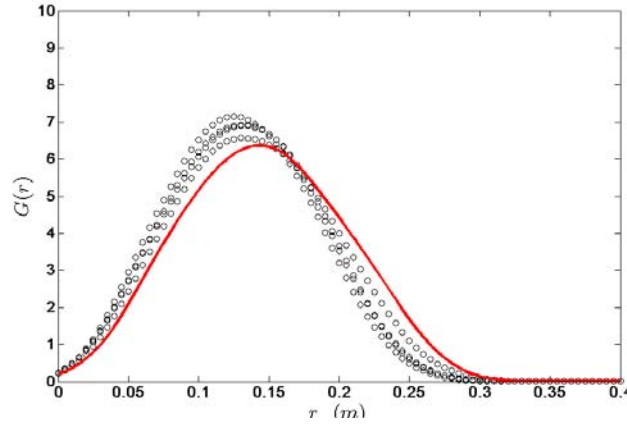


Figure 3.15 : d.d.p. $G_r(r)$ pour les quatre sous-volumes cubiques en tenant compte du non-chevauchement des sphères, de la discrétisation due aux tiges et en imposant d'avoir au minimum deux sphères par tige.

Concernant G_θ et G_ϕ , si on constate une très légère diminution des pic à $\theta = 90^\circ$ et à $\phi = 90^\circ$ pour G_ϕ ; cet effet reste cependant marginal.

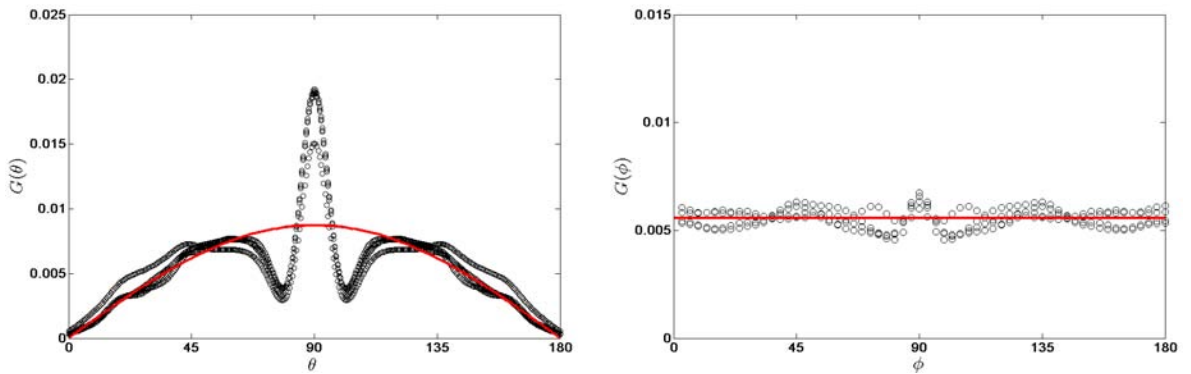


Figure 3.16 : d.d.p. des angles θ et ϕ dans les quatre sous-volumes cubiques en tenant compte du non-chevauchement des sphères, de la discrétisation due aux tiges et en imposant d'avoir au minimum deux sphères par tige.

Au final, nous avons retenu cette configuration pour placer les sphères réelles dans la veine d'essai. Les coordonnées des centres des deux cent sphères sont listées en annexe A.

4) Caractéristiques générales de l'écoulement dans le réseau

Il n'est pas suffisant que la répartition géométrique des sphères soit satisfaisante. Il faut aussi que l'écoulement au travers du réseau soit dominé par les perturbations causées par la présence des sphères et non par la turbulence présente en entrée du réseau. Il faut encore que la veine d'essai soit assez longue pour atteindre un régime établi qui n'évolue plus longitudinalement. Dans le but de vérifier cela, nous avons effectué une série de mesures par LDA sur l'axe du canal tout au long de la veine d'essai.

Les figures 3.17 à 3.19 présentent les moyennes, \bar{u} et \bar{v} , et écarts types, $\sqrt{u'^2}$ et $\sqrt{v'^2}$, des deux composantes de la vitesse ainsi que le cisaillement turbulent $\overline{u'v'}$ et le rapport d'isotropie $\sqrt{v'^2} / \sqrt{u'^2}$ pour deux nombres de Reynolds contrastés : $Re_s = 112$ et 1080.

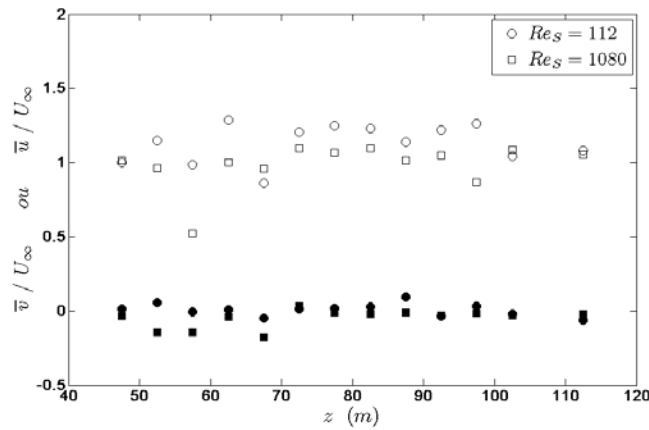


Figure 3.17: Vitesse moyenne normée par la vitesse de l'écoulement incident au centre du réseau à différentes cotes Z . \bar{u} : symboles clairs et \bar{v} : symboles pleins.

Avant de commenter l'évolution longitudinale de ces grandeurs, il est important de rappeler qu'on doit s'attendre à les voir varier spatialement alors que le point de mesure se déplace relativement aux sphères qui sont distribuées aléatoirement dans la veine d'essai. Malgré ces fluctuations, l'évolution générale de l'écoulement est clairement visible. La vitesse moyenne ne présente aucune évolution générale selon la direction longitudinale. Les

écarts-types des fluctuations de vitesse débutent aux valeurs mesurées dans le canal vide en entrée du réseau mais s'en éloignent rapidement dans la première moitié de celui-ci pour atteindre un régime établi très différent de celui du canal vide dans la seconde moitié du réseau. On notera en particulier les points suivants. Alors que dans le canal vide, les intensités turbulentes des cas $Re_s = 112$ et 1080 étaient fort différentes, elles sont semblables dans la seconde partie du réseau ; et même le cas à faible nombre de Reynolds voit maintenant son intensité turbulente atteindre un plateau. Par ailleurs, le rapport d'isotropie $\sqrt{v'^2} / \sqrt{u'^2}$ dans le réseau est de seulement 0,5 contre 1 dans le canal vide, la corrélation $\overline{u'v'}$ restant quant à elle nulle, indiquant que la direction verticale est une direction propre du tenseur de Reynolds.

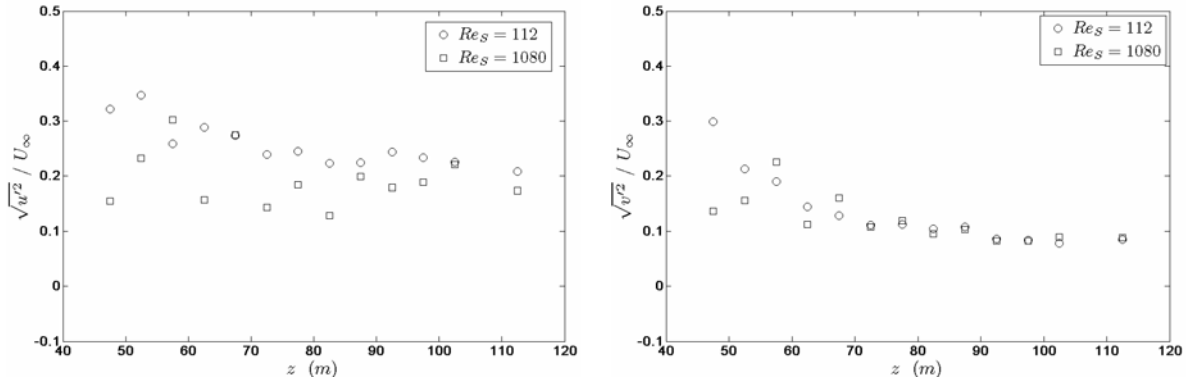


Figure 3.18: Ecart-types des vitesses longitudinale et transversale au centre du réseau

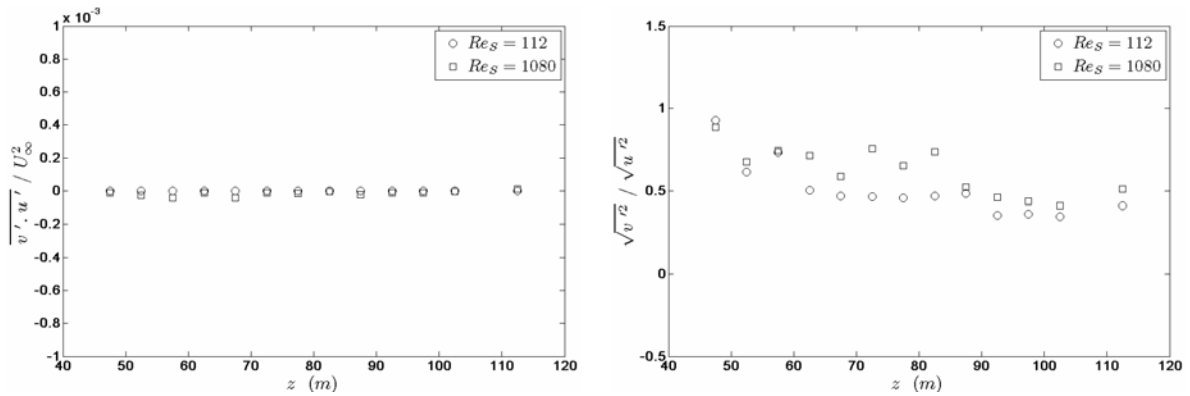


Figure 3.19: Tenseur de Reynolds et rapport d'isotropie au centre du réseau

Ces résultats indiquent clairement que les conditions d'entrée sont oubliées par l'écoulement qui atteint dans la seconde partie du réseau un état d'agitation original maîtrisé par les perturbations induites par les sphères. C'est dans cette seconde partie du réseau que nous mènerons nos investigations sur cette agitation induite aux chapitres suivants.

5) Mise en œuvre de la PIV

L'écoulement qui traverse un réseau aléatoire de sphères fixes va forcément présenter des caractéristiques particulières dues à la présence des sphères et à la façon dont elles sont disposées. En particulier, le champ de vitesse sera nécessairement différent selon que l'on considère une région située dans le sillage proche d'une sphère particulière ou bien assez loin de l'influence directe de toute sphère. La description d'un champ de vitesse aussi inhomogène nécessite l'emploi d'une méthode de mesure permettant d'accéder à la vitesse du fluide en différents points de l'espace simultanément. La LDA ne permettant que des mesures ponctuelles nous avons mis en œuvre la vélocimétrie par image de particules (PIV) qui permet l'acquisition simultanée du champ de vitesse en différents points d'un plan (Westerweel, 1993).

Comme la LDA, la PIV est basée sur la mesure de la vitesse de particules portées par le fluide qui passent par la zone de mesure qui est un plan laser dont la largeur est de l'ordre de la dizaine de centimètres et l'épaisseur est inférieure au millimètre. Il est possible de filmer les positions de ces traceurs à des instants successifs avec une caméra dont l'axe optique est perpendiculaire au plan laser. Chaque image, enregistrée par la caméra, est d'abord divisée en petites régions nommées fenêtres d'interrogation, à l'intérieur desquelles un vecteur de vitesse est calculé. La taille de ces fenêtres en pixels est fixée par l'utilisateur (8×8 , 16×16 , 32×32) et détermine le nombre total de vecteurs qui seront calculés. La vitesse des particules dans une fenêtre d'interrogation du plan est déduite du déplacement d'ensemble des particules calculé par intercorrélation d'une paire d'images consécutives. La mise en œuvre d'une telle technique de mesure repose sur quatre étapes :

- l'ensemencement de l'écoulement,
- la création d'un plan lumineux,
- l'acquisition des images,
- le calcul des champs de vitesse.

5.1) l'ensemencement de l'écoulement

La mesure PIV repose sur le suivi du déplacement de traceurs. Il est donc essentiel que ceux-ci ne perturbent pas l'écoulement et suivent correctement le fluide. Il faut notamment que leur taille soit suffisamment petite pour éviter leur sédimentation. Il est aussi nécessaire qu'ils diffusent suffisamment la lumière ce qui exclut l'utilisation des particules trop petites. Dans notre étude nous avons utilisé des particules de Rhodamine de $10\mu m$ de diamètre encapsulées par de la résine de mélanine et de masse volumique proche de celle de l'eau ($\rho_p = 1500 kg m^{-3}$). Leur vitesse de chute de l'ordre de $0,027 mm/s$, est petite par rapport à la vitesse caractéristique de l'écoulement, comprise entre $5 mm/s$ et $50 mm/s$.

La Rhodamine étant fluorescente, l'utilisation d'un filtre devant la caméra permet de ne récupérer que la lumière fluorescée par les particules et non celle réfléchie par les différents objets situés dans le champ de la caméra, comme les sphères et les tiges qui les maintiennent. L'utilisation de particules fluorescentes favorise ainsi un bon rapport signal sur bruit de la mesure.

Par ailleurs, nous avons ajusté la quantité de traceurs ajoutée à l'eau du dispositif expérimental (environ $0,4g$) de manière à avoir à peu près 10 particules visibles dans chaque fenêtre d'interrogations PIV, ce qui permet d'avoir un calcul d'intercorrélation de bonne qualité à partir des images sans soustraction de fond.

5.2) Le plan laser d'éclairement

La nappe laser est produite par un laser à impulsion du type ND-YAG impulsif double cavité de longueur d'onde $\lambda = 532nm$ et d'énergie $30mJ$ par impulsion. La nappe laser d'environ $0,3$ à $0,5mm$ d'épaisseur est placée verticalement de manière à contenir la vitesse moyenne de l'écoulement. Comme illustré sur la figure 3.20, elle pénètre dans la veine d'essai par l'un des hublots situés sur une des faces de normale y du dispositif expérimental. Dans la direction x , la position de la nappe laser est choisie de manière à coïncider avec celle d'une rangée de tige (voir figure 3.21). Ce choix garantit que le plan de visualisation passe par le centre de certaines sphères qui peuvent ainsi être utilisées pour effectuer la calibration des longueurs mesurées sur les images.

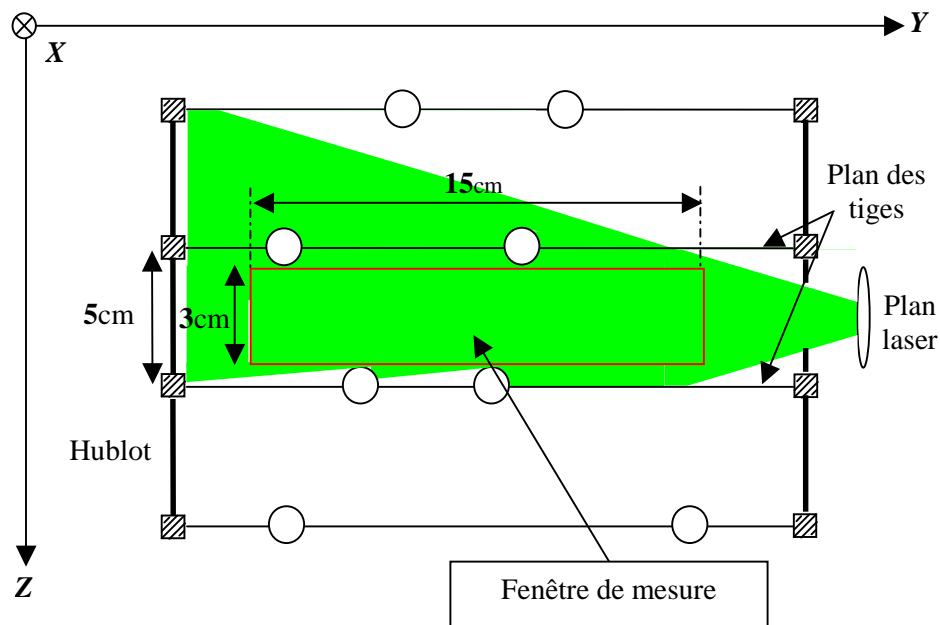


Figure 3.20 : Vue de face du plan laser dans le réseau de sphères (la zone délimitée en rouge est la zone de mesure).

Les contraintes d'accès optique imposées par les hublots au passage de la nappe, les ombres portées des différentes sphères présentes dans le plan laser et la diminution d'image utile au calcul PIV imposée par la présence de sphères entre la nappe et la caméra délimitent une zone utile de mesure constituée d'une bande de 3cm de haut et de 15cm de large (soit 70% de la largeur du canal). En déplaçant le laser dans la direction x on pourra accéder à six ou sept bandes de mesure différentes pour chaque hublot particulier, tandis qu'en changeant de hublot on parcourra la veine d'essai dans la direction verticale (direction z).

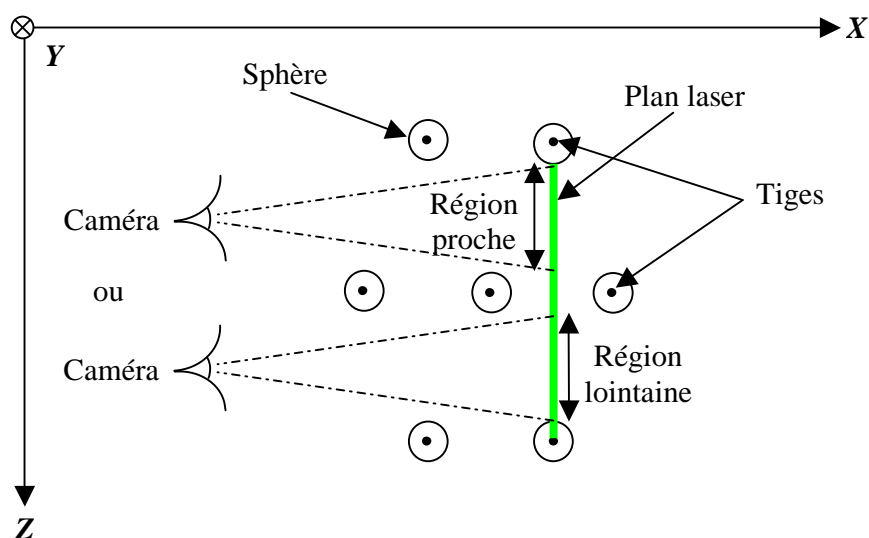


Figure 3.21 : Vue de côté du plan laser dans le réseau de sphères.

Enfin, il est essentiel de noter que selon que la tige qui coïncide avec la nappe est située juste au-dessus ou juste au-dessous du hublot utilisé, on considèrera des régions différentes de l'écoulement. Lorsque la tige est au-dessus, on est assuré de voir la bande de mesure contenir le sillage proche des sphères maintenues par cette tige. Pour cette raison on nommera cette région de mesure : *région proche*. Lorsque la tige est au-dessous, on est au contraire assuré de ne voir l'axe du sillage d'aucune sphère située à moins de 5cm en amont. La région correspondante sera donc nommée : *région lointaine*.

5.3) L'acquisition des images

Nous avons utilisé une caméra numérique 12 bits Sensicam PCO équipée d'un capteur CCD refroidi de 1280×1024 pixels. Les zones de mesure correspondant à des images de 15cm de large par 3cm de haut pour des images de taille réduite $1024 \times 205 \text{ pixels}$, chaque pixel mesure 0.15mm . Les images PIV sont acquises par paires, deux images d'une même paire, utilisées pour calculer un champ de vitesse, sont séparées d'un intervalle de temps δt . De manière à optimiser la précision du calcul PIV, δt a été fixé de manière à ce que les traceurs se déplacent d'environ un quart d'une fenêtre d'interrogation de 16 pixels entre deux images d'une même paire. Ceci nous a conduit à faire varier δt entre 7 et 90ms dans la gamme de vitesse débitante considérée (de 5 à 50mm/s).

D'autre part, l'intervalle de temps, Δt , entre deux paires d'images consécutives définit la fréquence d'acquisition du champ de vitesse. Nous l'avons fixé à 2Hz pour tous les essais dans le but de favoriser la convergence de moments statistiques. Pour chaque plan de mesure, 1000 échantillons ont été collectés, ce qui correspond donc à une durée d'acquisition de 500 secondes.

5.4) calcul PIV

Le calcul des champs de vitesses a été effectué à l'aide du logiciel *Pivis* développé à l'IMFT (F. Gardelle, E. Cid, S. Maurel, 2000). Nous avons testé différentes tailles de fenêtre d'interrogation (8×8 , 16×16 , 32×32) et différents algorithmes PIV. Les résultats que nous

présentons dans la suite ont été obtenus avec des mailles de $16 \times 16 \text{ pixels}$ et un taux de recouvrement de 50%, ce qui nous a conduit à des champs de vitesse avec une résolution spatiale de $16 \text{ pixels} = 2,3 \text{ mm}$. L'algorithme retenu utilisait une intercorrélation calculée par Transformée de Fourier rapide 2D, une interpolation sub-pixel du pic de corrélation permettant de détecter les déplacements qui sont calculés en plusieurs étapes permettant de centrer le pic de corrélation par un calcul itératif subpixel avec déformation du maillage. Les champs de vitesse ainsi obtenus sont donc filtrés à l'échelle de la fenêtre d'interrogation. Dans la suite, il faudra bien garder à l'esprit que les résultats présentés ne prennent donc en compte que les échelles plus grandes que $2,3 \text{ mm}$. Nous insistons en particulier sur le fait que l'énergie des fluctuations de vitesse et son taux de dissipation sont déterminés à partir des seules échelles résolues.

La calibration des longueurs permettant de convertir les pixels en unités de longueur physiques a été réalisée en ajustant un cercle sur l'image d'une sphère dont le centre était situé au centre de la nappe laser (voir figure 3.22). Cette méthode garantissait une incertitude inférieure à 2% dans la mesure de la taille des pixels.

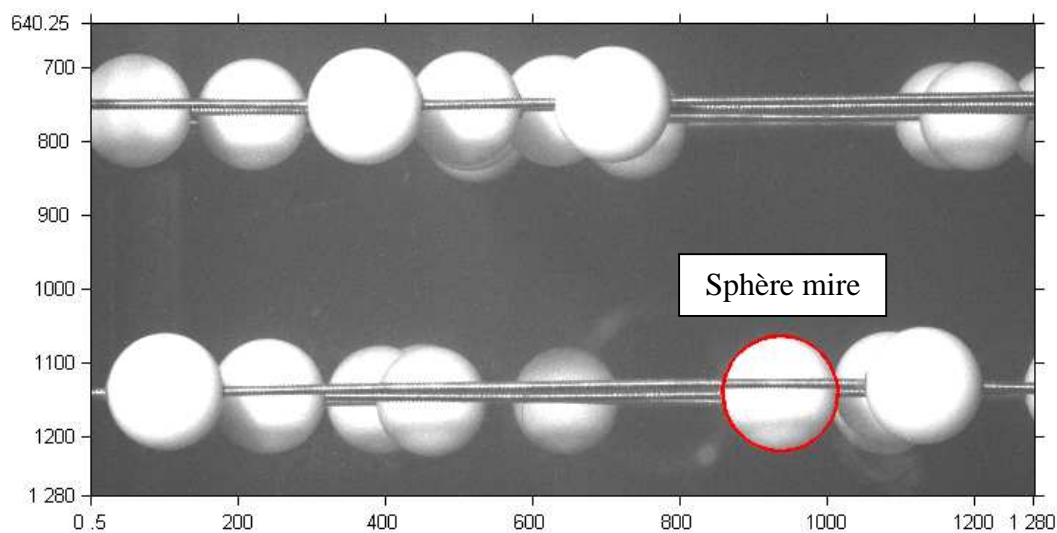


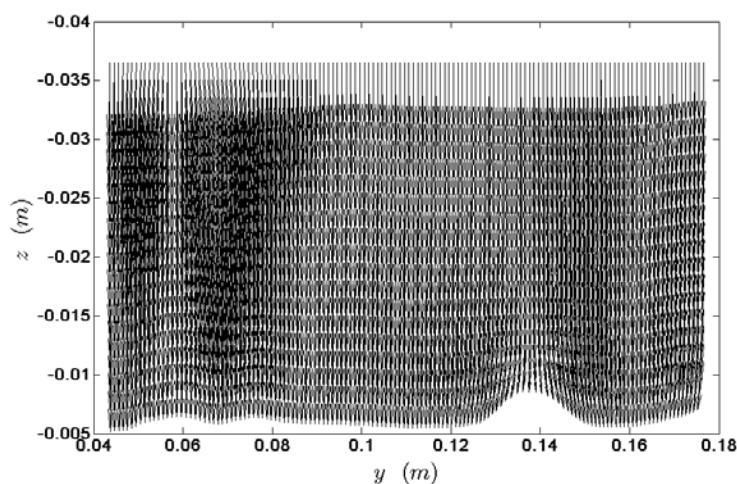
Figure 3.22 : Exemple de sphère utilisée comme mire dans le traitement des champs PIV.

5.5) Exemples de champ de vitesse

La figure 3.23 montre des exemples de champs de vitesse instantanée obtenus par PIV.

En haut, on voit un champ de vitesse mesuré dans la *région lointaine*. La perturbation potentielle produite par la sphère située en aval près de $y = 14\text{cm}$ est bien visible. En bas, on voit un champ de vitesse mesuré dans la *région proche*. La trace du sillage proche de la sphère située en amont autour de $y = 14\text{cm}$ se distingue nettement. Sur le côté, on voit un détail de l'écoulement en amont et en aval d'une sphère obtenu en associant les résultats des *zones proches* et *lointaines*.

a) région lointaine des sphères



b) région proche des sphères

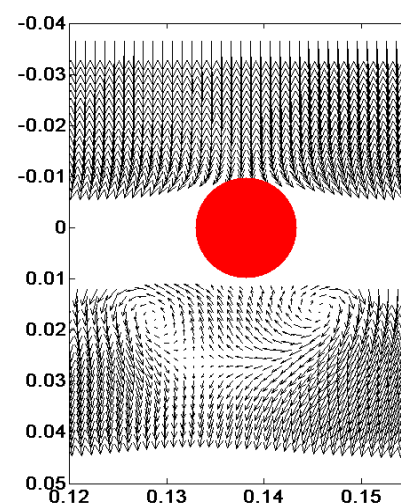
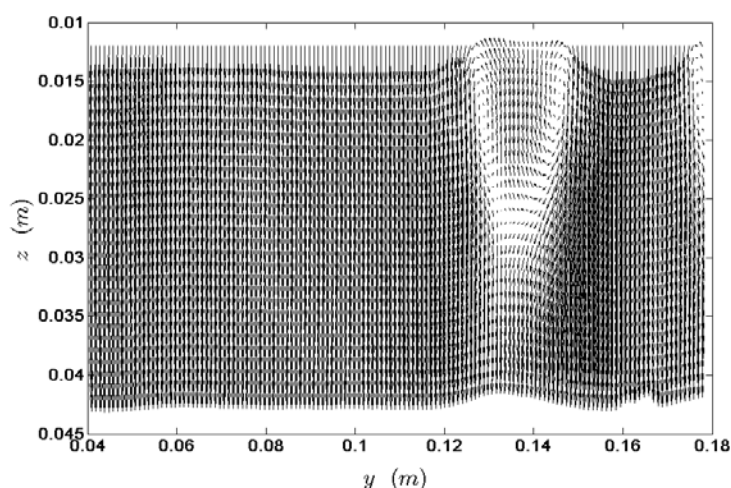


Figure 3.23 : Les deux types de champs de vitesse obtenus dans le réseau de sphères, a) et b). A droite un détail de l'écoulement autour d'une sphère obtenu en associant les résultats des régions proches et lointaines.

6) Conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré comment nous avons réalisé un réseau de sphères fixes raisonnablement représentatif d'un réseau d'extension infini dans lequel les positions de chaque sphère seraient indépendantes de celles des autres. Il est constitué de 200 sphères de 2cm de diamètre représentant une fraction volumique de 2% du volume total de la veine d'essai. Une exploration de l'écoulement par LDA a permis de montrer que dans la seconde moitié de la veine d'essai, l'écoulement avait oublié les conditions d'entrée et n'évolue plus. Dans cette région se développe une agitation anisotrope produite par les interactions des sillages des sphères. Nous avons ensuite montré comment nous pouvions utiliser la PIV pour mesurer des portions du champ de vitesse dans deux types de régions : la *région lointaine* exempte d'influences directes de sillages et la *région proche* fortement influencée par la présence de sillages produits par des sphères situées en amont. En combinant ces deux types de régions, il est aussi possible de conduire l'investigation de la perturbation engendrée par une sphère donnée. Dans la suite, nous allons combiner LDA et PIV pour conduire l'investigation de la dynamique des fluctuations au sein du réseau.

Chapitre 4

Ecoulement dans le voisinage des sphères au sein du réseau

1) Introduction

L'agitation du fluide dans le réseau est engendrée par les perturbations causées par les sphères. La connaissance de la perturbation causée par une sphère donnée est donc cruciale pour comprendre cette agitation. Cependant, nous avons vu au chapitre deux comment le sillage derrière une sphère isolée pouvait être radicalement modifié lorsque celle-ci était placée dans un écoulement incident turbulent. Dans le réseau, l'écoulement dans le voisinage d'une sphère particulière et l'agitation du fluide résultant des perturbations causées par l'ensemble des sphères constituent donc les deux facettes d'un même phénomène.

Le chapitre présent est consacré à l'investigation de l'écoulement dans le sillage proche des sphères. Nous envisageons notamment de déterminer l'extension de la région dont la dynamique est dominée par une sphère donnée. Ayant décrit la source des fluctuations, nous décrirons au chapitre suivant l'agitation dans l'ensemble du réseau.

2) Définitions et méthodes de mesures

2.1) Région proche et mise en coïncidence du centre des sphères

Chaque région proche définie au chapitre 3 est située directement en aval d'une tige qui soutient au minimum deux sphères (voir figure 4.1-2). Les mesures PIV dans cette région nous donnent donc accès au champ de vitesse dans un plan vertical contenant le centre de sphères situées juste en amont de la région de mesure. A la fraction volumique de notre réseau ($\alpha = 2\%$), la distance moyenne entre deux sphères est d'environ 3 diamètres. Cela signifie que deux sphères sont souvent assez proches pour que les interactions hydrodynamiques entre elles soient susceptibles de jouer un rôle significatif.

Kim *et al.* (1993) ont étudié le cas de deux sphères placées côte à côte dans un écoulement uniforme laminaire pour les nombres de Reynolds 50, 100 et 150. Pour une distance entre sphères inférieure à $1,5d$, ils ont observé un sillage unique pour les deux sphères alors qu'au-delà deux sillages distincts se développent. Ce critère est approximativement vérifié dans notre réseau pour toute la gamme de nombres de Reynolds étudiée. Les figures 4.1 et 4.2 montrent les champs de vitesse moyenne mesurés pour $Re_s = 340$ et $Re_s = 1037$ derrière trois paires de sphères situées côte à côte dans notre

réseau. Dans le cas de la première paire (sous-figures du haut), une seule sphère est visible car la seconde, située près des parois du canal, est hors de la zone de mesure, à une distance supérieure à $4d$ de la première. La comparaison entre les deux nombres de Reynolds montre que le sillage proche est un peu plus large à $Re_s = 340$ qu'à $Re_s = 1037$. La seconde paire (sous-figures centrales) correspond à une distance entre sphères, $\Delta y = 2,7d$, proche de la valeur moyenne dans le réseau. On y voit deux sillages bien distincts qui bien que légèrement dissymétriques diffèrent peu du cas précédent. Ceci n'est pas étonnant car il faut garder à l'esprit que d'autres sphères sont présentes à la même cote z , mais à d'autres abscisses x , sur les autres tiges qui sont situées dans le même plan horizontal. La troisième paire (sous-figures du bas), montre deux sphères espacées d'à peine un diamètre. Pour les deux nombres de Reynolds, un sillage unique se développe derrière la paire de sphères. En particulier, comme noté par Kim *et al.* (1993) pour une séparation inférieure à $1,5d$, un seul tourbillon torique est visible dans le sillage proche.

Notre but étant de déterminer les propriétés génériques du sillage des sphères dans le réseau, nous allons dans ce chapitre exclure de notre analyse les sphères situées à une distance inférieure à $2d$ de leur plus proche voisine. Les résultats qui vont suivre ont été obtenus en considérant trois tiges supportant chacune deux sphères (voir Tableau 4.1). La sphère 2 de la tige 1 et la sphère 1 de la tige 2 ont été écartées de l'analyse car elles sont situées près des parois du canal. Le champ de vitesse a été donc mesuré dans le sillage proche de quatre sphères distinctes, dont les positions apparaissent en gras dans le Tableau 4.1. Pour décrire chaque champ de vitesse, nous avons utilisé un repère cylindrique (z, r) d'axe vertical passant par le centre de la sphère considérée (figure 4.3).

Numéro de la tige	Position de la première sphère	Position de la seconde sphère	La distance entre les centres des deux sphères
1	$(S_1) y_1 = \mathbf{0,138m}$	$y_2 = 0,185m$	$\Delta y / d = 2,35$
2	$y_1 = 0,050m$	$(S_2) y_2 = \mathbf{0,105m}$	$\Delta y / d = 2,76$
3	$(S_3) y_1 = \mathbf{0,062m}$	$(S_4) y_2 = \mathbf{0,103m}$	$\Delta y / d = 2,04$
<p>Tableau 4.1 : Positions des sphères sur les tiges retenues pour la description du sillage proche. Les parois du canal sont situées en $y = 0$ et $y = 0,22m$, les ordonnées en gras correspondent aux sphères prises en compte dans l'analyse, qui seront notées S_1, S_2, S_3 et S_4.</p>			

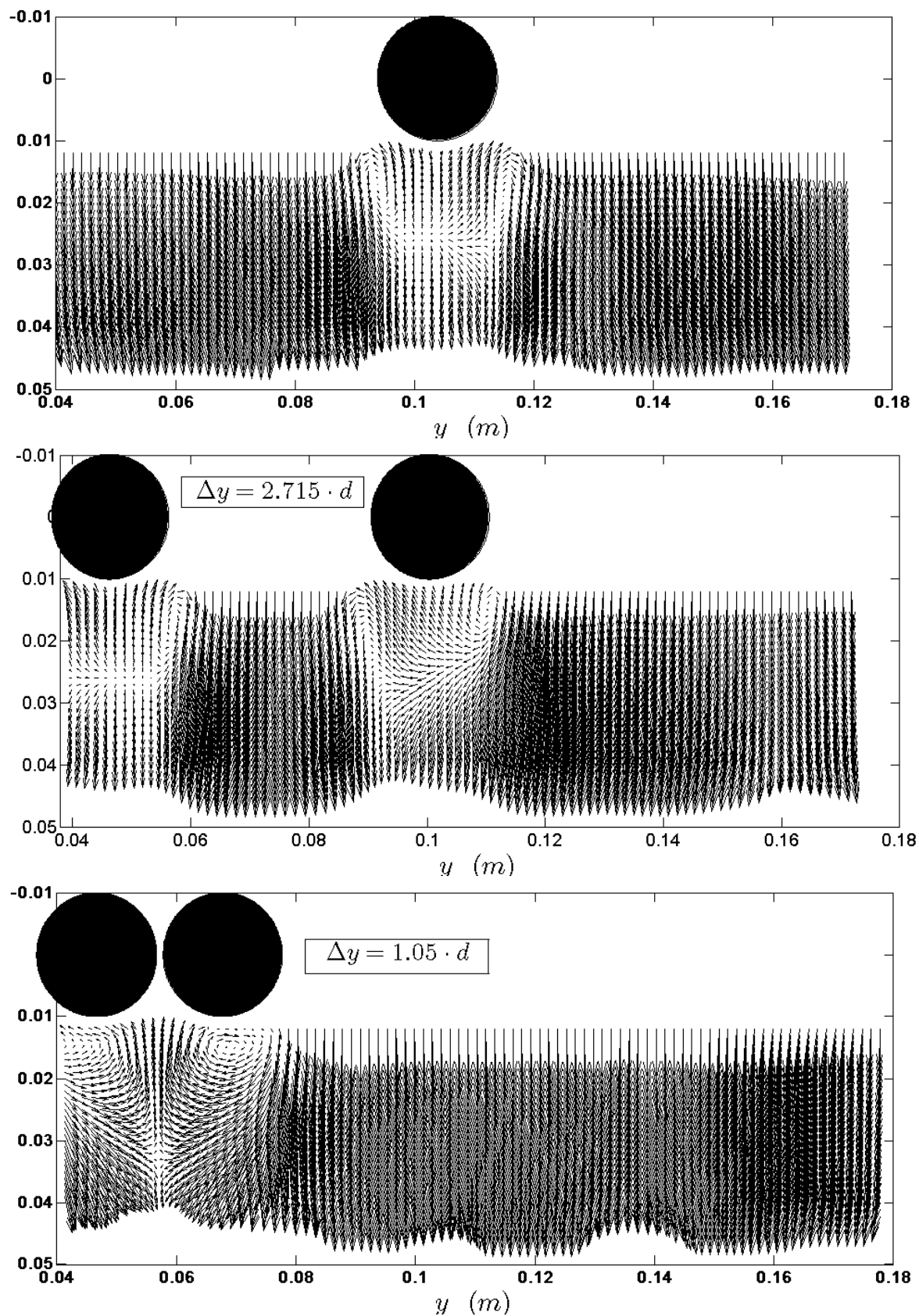


Figure 4. 1: Champ de vitesse moyenne à $Re_s = 340$ derrière une paire de sphères séparées dans la direction horizontale d'une distance $\Delta y > 4d$ (en haut), $\Delta y = 2,7d$ (en milieu) et $\Delta y = d$ (en bas).

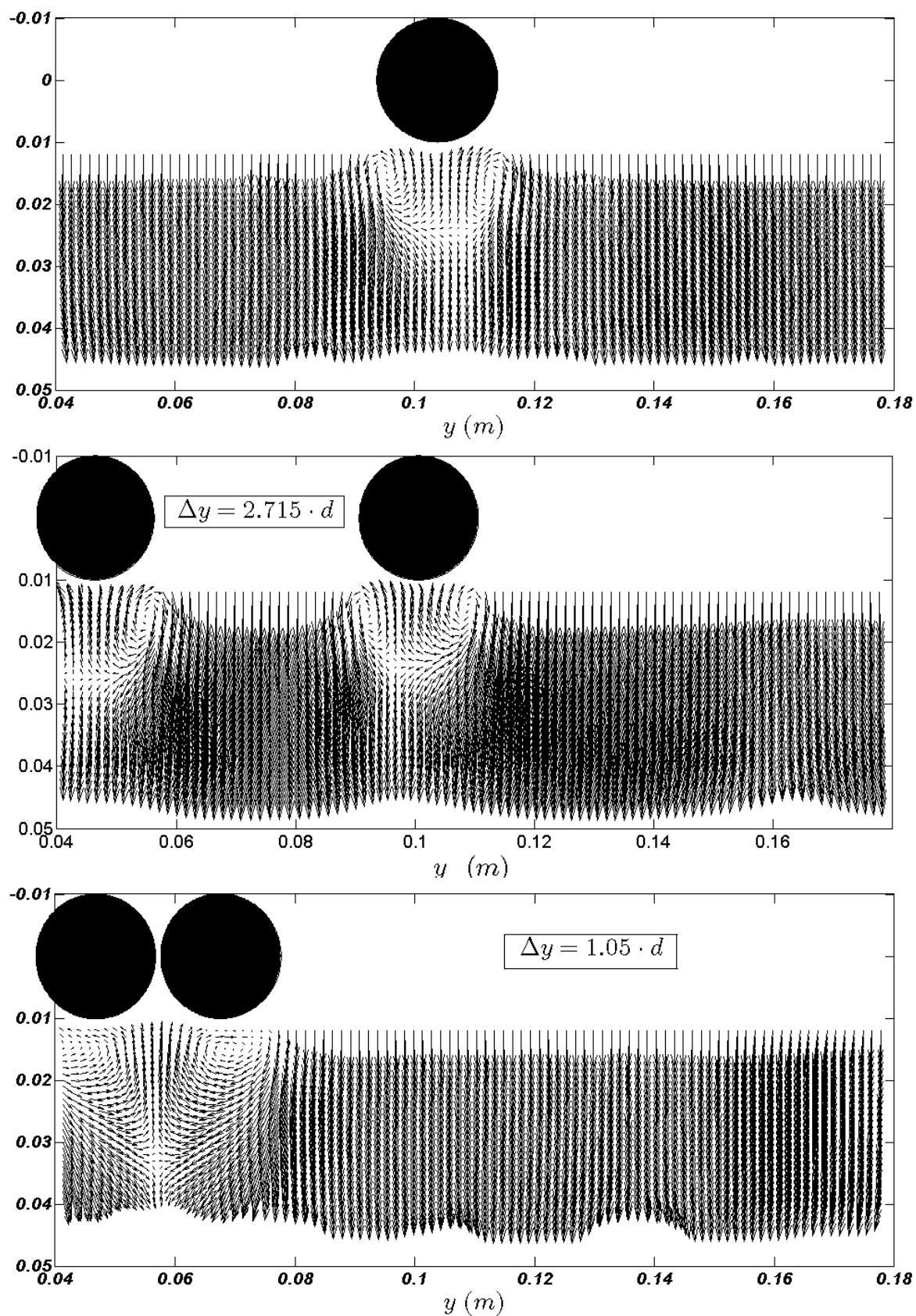


Figure 4. 2: Champ de vitesse moyenne à $Re_s = 1037$ derrière une paire de sphères séparées dans la direction horizontale d'une distance $\Delta y > 4d$ (en haut), $\Delta y = 2,7d$ (en milieu) et $\Delta y = d$ (en bas).

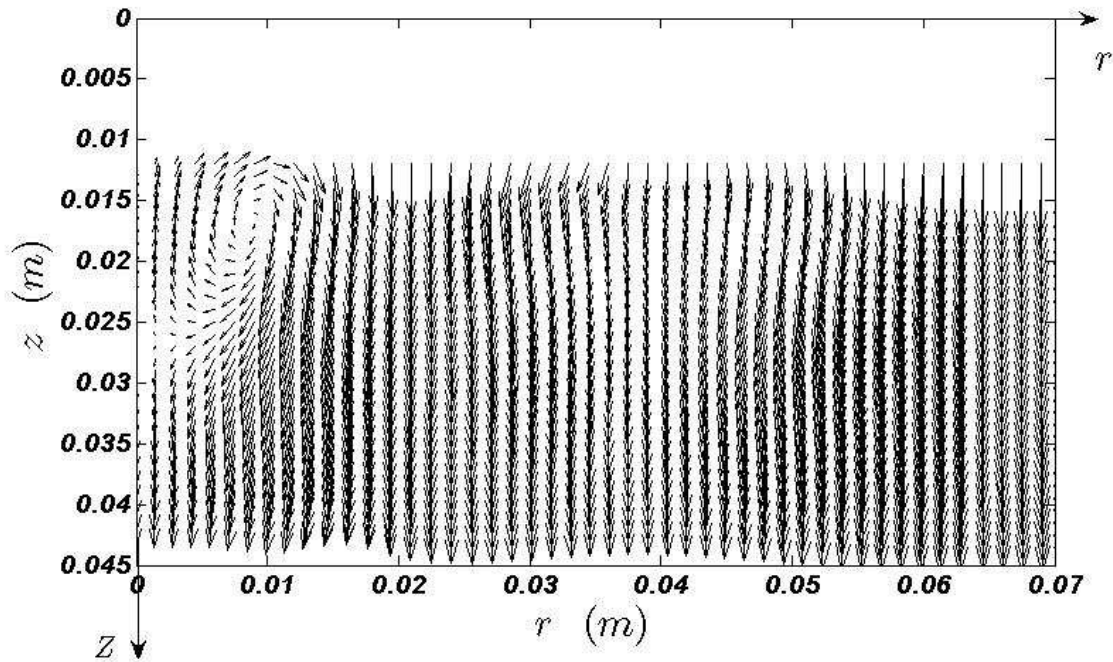


Figure 4.3 : *Champ de vitesse moyenne derrière une sphère placée à l'origine des coordonnées cylindriques pour $Re_s = 1037$.*

2.2) Représentativité des mesures.

Nous allons donc étudier la dynamique du sillage à partir des mesures obtenues en aval de quatre sphères parmi la centaine qui appartient à notre veine d'essai (cette dernière correspondant à la deuxième partie de notre réseau qui contient au total 200 sphères). Des statistiques obtenues sur un si petit nombre d'échantillons ne peuvent être représentatives que si les échantillons sont très peu différents. La figure 4.4 présente la vitesse moyenne longitudinale mesurée par PIV sur l'axe de chacune des quatre sphères (symboles vides) tandis que la figure 4.5 montre la variance $\overline{u_z' u_z'}$ de la fluctuation longitudinale. Concernant la vitesse moyenne les résultats des quatre sphères sont très proches. Concernant la variance $\overline{u_z' u_z'}$, elles présentent la même allure avec quelques différences. A petit nombre de Reynolds ($Re_s = 110$), les différences sont faibles près de la sphère et s'accroissent par la suite. Mais il faut noter que l'amplitude des fluctuations reste très faible en comparaison avec le mouvement moyen. A grand nombre de Reynolds ($Re_s = 1050$), trois sphères présentent des résultats quasiment identiques et S_2 présente un niveau de fluctuation un peu plus important entre $z = 0,7d$ et $1,9d$.

Les propriétés des sillages estimées à partir des quatre sphères choisies seront raisonnablement représentatives du sillage de toutes les sphères qui ne sont ni trop près d'une voisine, ni trop près des parois du canal.

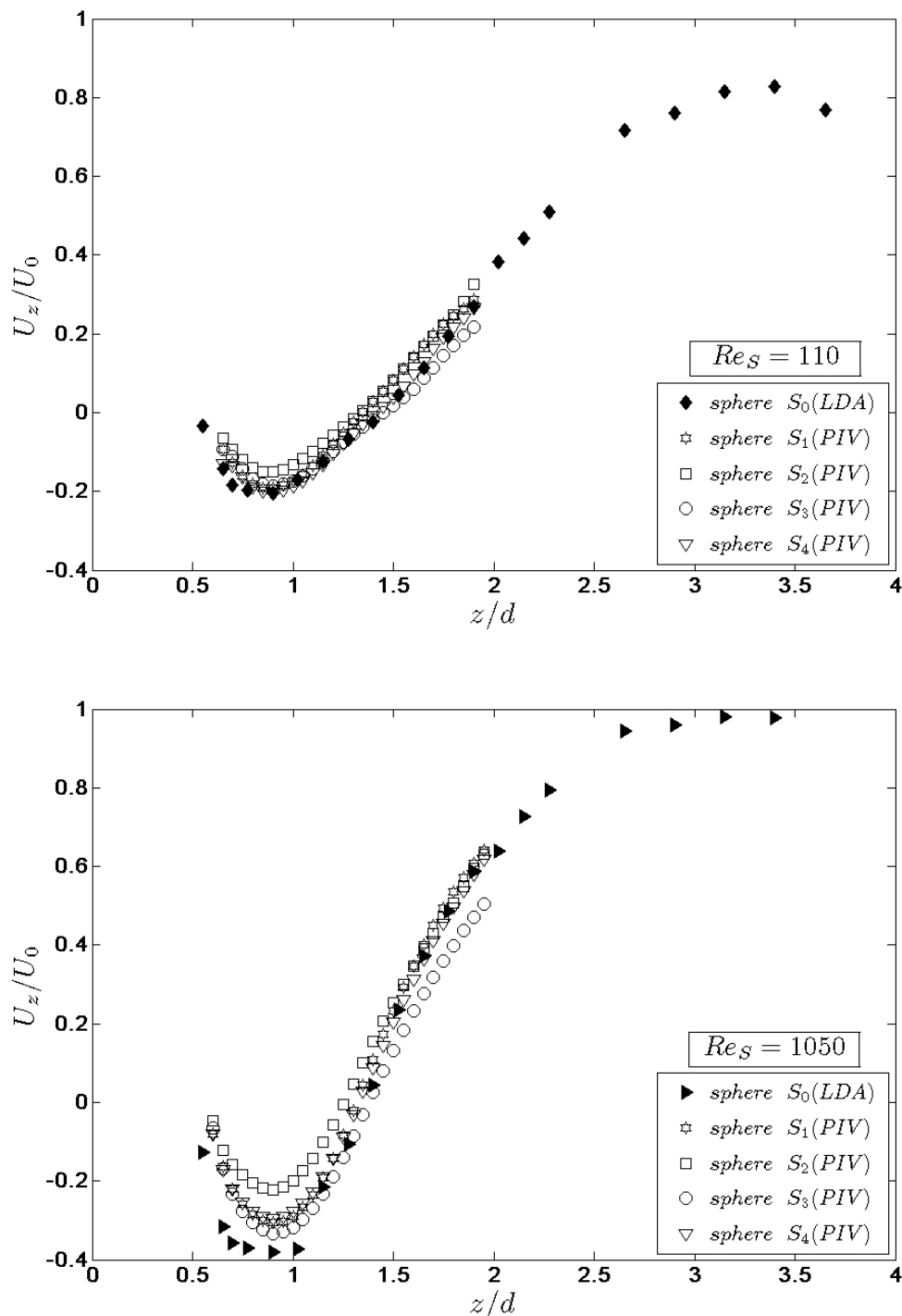


Figure 4. 4 : Vitesse moyenne sur l'axe de cinq sphères au sein du réseau pour $Re_S = 110$ et $Re_S = 1050$, symboles vides : mesures PIV, symboles pleins : mesures LDA

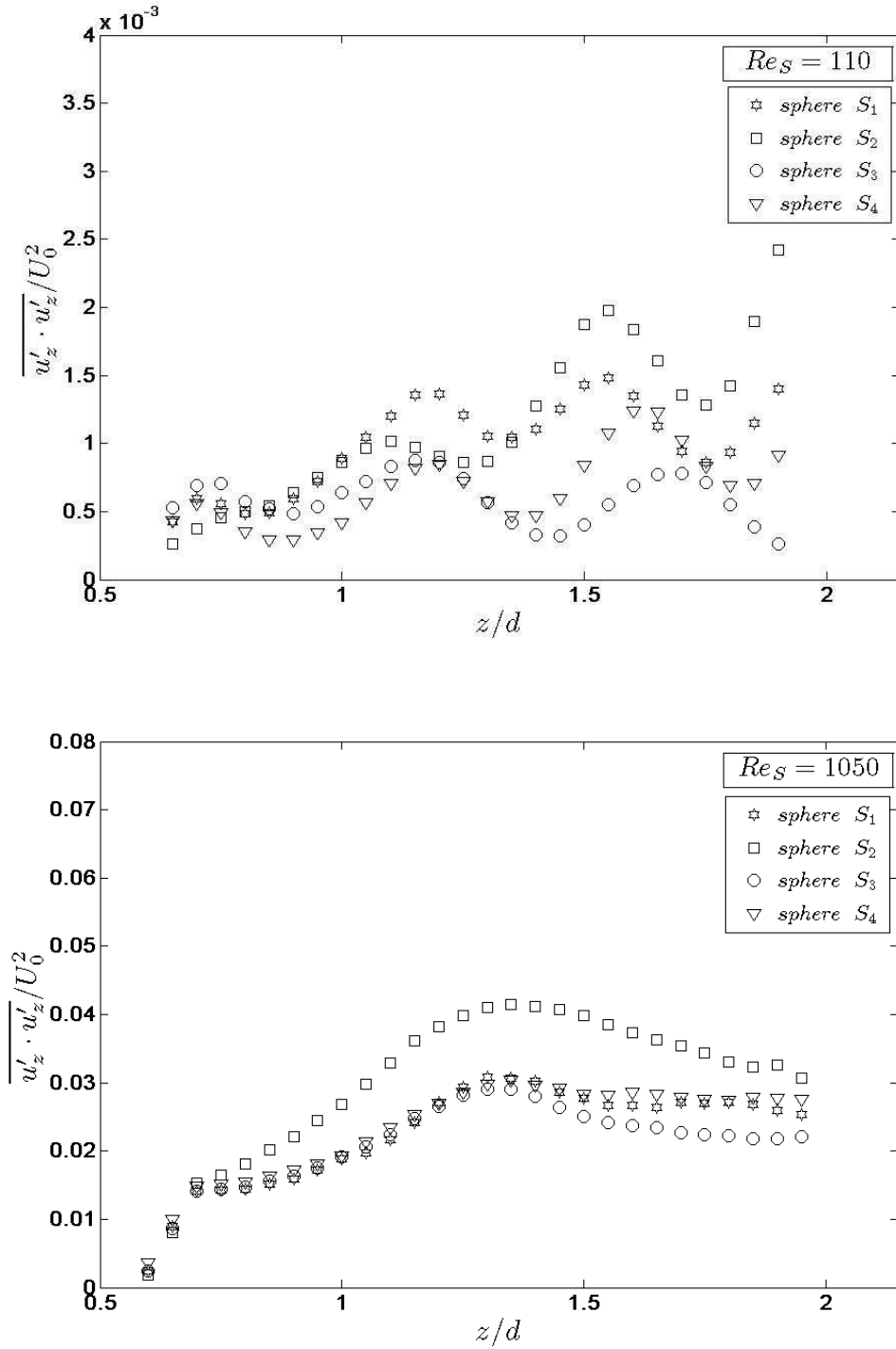


Figure 4.5 : variance $\overline{u'_z \cdot u'_z}$ de la fluctuation longitudinale sur l'axe de quatre sphères au sein du réseau pour $Re_S = 110$ et $Re_S = 1050$ (mesures PIV).

La figure 4.4 montre aussi la vitesse moyenne mesurée sur l'axe d'une cinquième sphère par LDA. La bonne concordance entre les résultats des deux techniques de mesures, la PIV et la LDA, est une confirmation de la qualité des mesures. L'avantage de la PIV est de mesurer d'un seul coup tout un plan de mesure. Cependant, à cause de l'encombrement des sphères, la

zone explorée se termine à un peu moins de deux diamètres en aval des sphères. La LDA se limite à un point de mesure, mais comme il est plus facile de faire passer deux faisceaux qu'un plan de lumière, elle permet d'étendre l'évolution sur l'axe à presque huit rayons en aval des sphères. Dans la suite, la description de l'écoulement dans le sillage proche des sphères utilisera les mesures PIV ; la LDA ne sera utilisée que pour décrire la vitesse moyenne sur l'axe des sphères jusqu'à une plus grande distance.

3) Sillage moyen

3.1) Evolution comparée entre la sphère dans le réseau et celle dans la turbulence de canal

Nous avons étudié au chapitre 2, le sillage d'une sphère placée dans un écoulement turbulent incident. L'effet de la turbulence devient dominant lorsque l'énergie de la turbulence aux échelles de longueur proche de la largeur L_s du sillage est comparable à celle correspondant au déficit moyen de la vitesse dans le sillage. Lorsque c'est le cas, la décroissance du déficit de vitesse suit une loi en z^{-2} (z étant la distance vers l'aval). Ceci se produit plus ou moins près de la sphère selon que l'intensité de la turbulence incidente est plus ou moins grande ou que son échelle intégrale est plus ou moins proche du diamètre de la sphère. Dans les cas que nous avons étudiés l'intensité de la turbulence, $\sqrt{u'^2}/U$, était comprise entre 0,13 et 0,26 selon le nombre de Reynolds (voir Tableau 4.2) tandis que l'échelle intégrale Λ était d'environ $3d$. En conséquence, la loi en z^{-2} était observée peu après la zone de recirculation, pour z compris entre un et deux diamètres. L'étude de la turbulence au sein du réseau sera conduite au chapitre suivant. Nous anticipons ici quelques uns des résultats pour être en mesure de comprendre la structure du sillage des sphères dans le réseau. L'intensité de la turbulence dans le réseau est comprise entre 0,05 et 0,12 (voir Tableau 4.2) pour une échelle intégrale proche du diamètre des sphères. On se trouve donc dans une situation comparable à celle étudiée au chapitre 2, avec une turbulence ambiante intense à l'échelle du sillage.

Re _s	Sphère isolée			Sphère dans le réseau	
	Écoulement incident laminaire *	Écoulement incident turbulent **			
	L_e / d	L_e / d	$u_z' / U_\infty = u_r' / U_\infty$	L_e / d	$u_z' / U_\infty - u_r' / U_\infty$
110	1,34 (<i>M, R</i>)	1,10	0,26	-	
119	1,52 (<i>M</i>)	-	-	1,38	0,060 - 0,040
230	1,79 (<i>M</i>)	1,25	0,22	-	-
234	1,91 (<i>F</i>)	-	-	1,43	0,083 - 0,071
340	2,15 (<i>F</i>)	-	-	1,35	0,115 - 0,095
450	-	-	-	1,40	0,103 - 0,099
650	2,16 (<i>B</i>)	-	-	1,39	0,120 - 0,112
670	-	1,25	0,14	-	-
845	-	-	-	1,33	0,120 - 0,114
1037	1,82 (<i>R</i>)	-	-	1,32	0,120 - 0,117
1050	-	1,25	0,13	-	-

Tableau 4.2 : Longueur de la zone de recirculation L_e , et intensité turbulente

* : résultats de la littérature (*B* : Bagchi & Balachandar (2004), *F* : Fornberg (1988), *M* : Magnaudet et al. (1995) et *R* : Rimón & Cheng (1969)), ** : Résultats du Chapitre 2.

La figure 4.6, montre l'évolution de la vitesse moyenne sur l'axe pour quatre nombres de Reynolds différents, les symboles vides correspondant à la sphère isolée dans la turbulence du canal, les symboles pleins aux résultats obtenus dans le réseau. Pour la sphère isolée, la vitesse moyenne est normée par la vitesse incidente U_0 . Pour la sphère dans le réseau on utilise, $U_0 = U_l$, où U_l est la vitesse moyenne de la *région lointaine* des sphères qui est une bonne mesure de la vitesse incidente sur les sphères. (La façon dont U_l est calculée sera détaillée au chapitre 5). En amont de la sphère ($z \leq 0$), tous les résultats se superposent car la vitesse moyenne près d'un point d'arrêt est bien prédite par la théorie potentielle et ne dépend donc sensiblement ni du nombre de Reynolds ni de la turbulence ambiante. En aval, si les résultats de la sphère du réseau et de la sphère isolée sont semblables à $Re_s = 110$, il divergent très nettement dès $Re_s = 230$. Concernant la sphère isolée, les résultats pour tous les nombres de Reynolds se superposent à peu près jusqu'à environ $z = 2d$ pour se séparer ensuite. La raison en est que l'échelle pertinente pour le déficit de vitesse qui est la vitesse moyenne U_0 de l'écoulement incident dans l'aval immédiat des sphères devient l'écart-type

des fluctuations **après**. Pour le cas de la sphère du réseau, on observe au contraire que les résultats correspondant aux différents nombres de Reynolds sont très dispersés dans la zone de recirculation tandis qu'ils se regroupent tous au-delà de $z = 2 - 2,5d$ pour $Re_s \geq 230$. Ceci suggère que la vitesse moyenne incidente est l'échelle maîtrisant le sillage hors de la zone de recirculation. La principale différence avec la sphère isolée est cependant que la décroissance du sillage est beaucoup plus rapide dans le réseau.

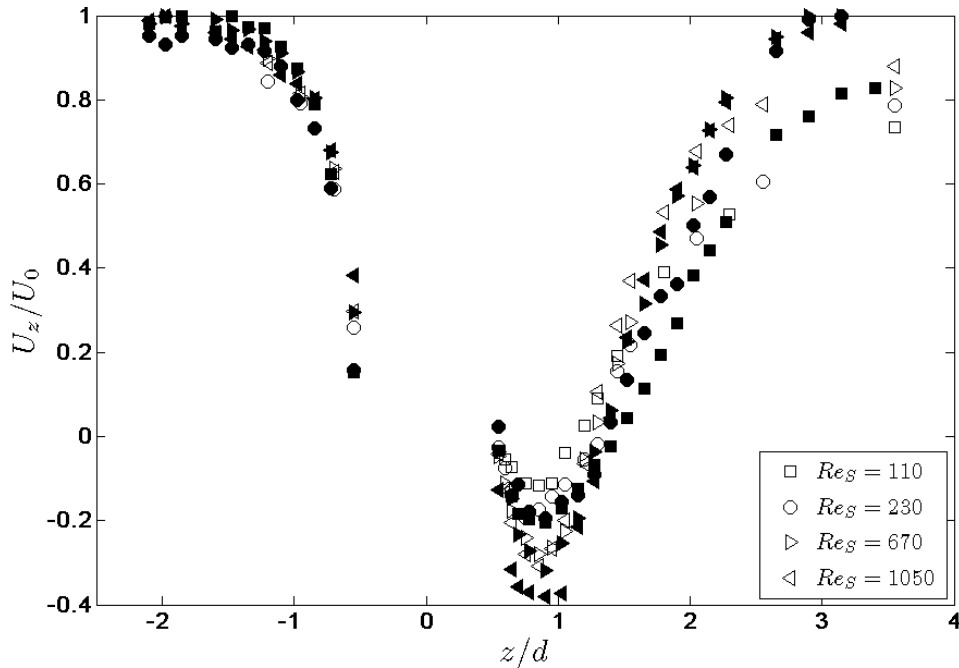


Figure 4. 6 : Vitesse moyenne sur l'axe de la sphère isolée (symboles vides) et de la sphère dans le réseau (symboles pleins).

La figure 4.7 montre le profil transversal de la vitesse moyenne longitudinale à un diamètre derrière la sphère, c'est-à-dire à l'intérieur de la zone de recirculation. Pour la sphère dans le réseau (symboles pleins), on remarque tout de suite que lorsqu'on s'éloigne de l'axe du sillage la vitesse moyenne ne tend pas vers un plateau mais se met au contraire à rediminuer après être passée par un maximum autour de r/d compris entre 1 et 1,25. (La vitesse, U_{\max} , utilisée ici pour normaliser le profil correspond à ce maximum). La position de ce maximum peut être vue comme la limite de l'extension de la région maîtrisée par la sphère considérée. Au-delà, l'influence des autres sphères situées dans le même plan horizontal se fait sentir. Il est étonnant de constater que la largeur de la zone maîtrisée par une sphère donnée ne dépend pas du nombre de Reynolds alors que la largeur du sillage, à l'intérieur de cette zone, en

dépend. Cette dépendance constitue d'ailleurs une autre différence avec le cas de la sphère

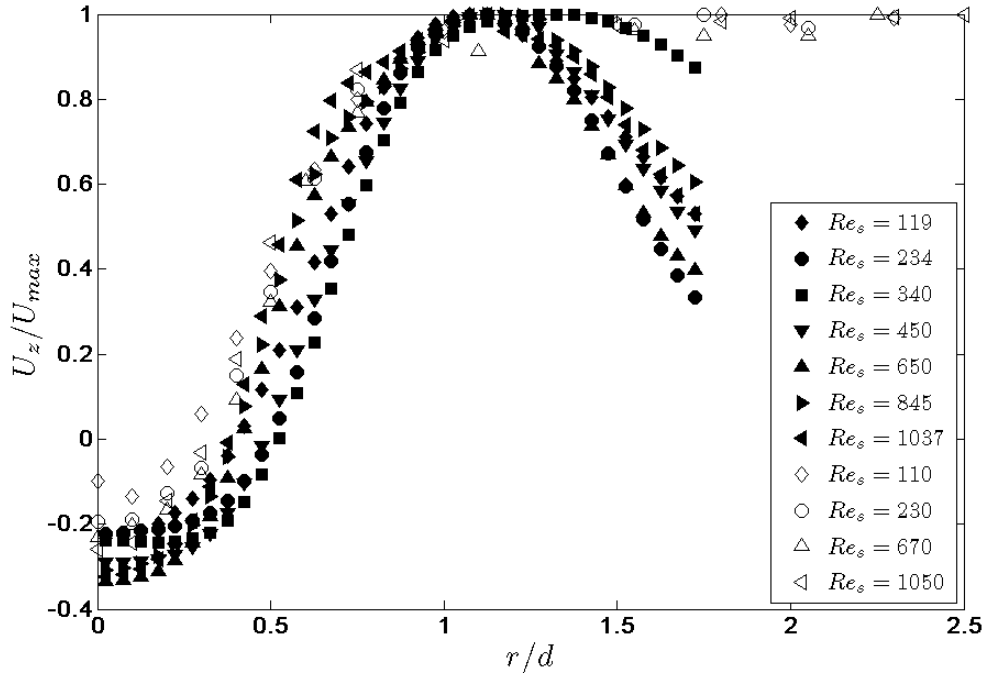


Figure 4.7 : Evolution radiale de la vitesse moyenne longitudinale à $z = d$. Symboles vides : sphère isolée ; symboles pleins : sphère dans le réseau.

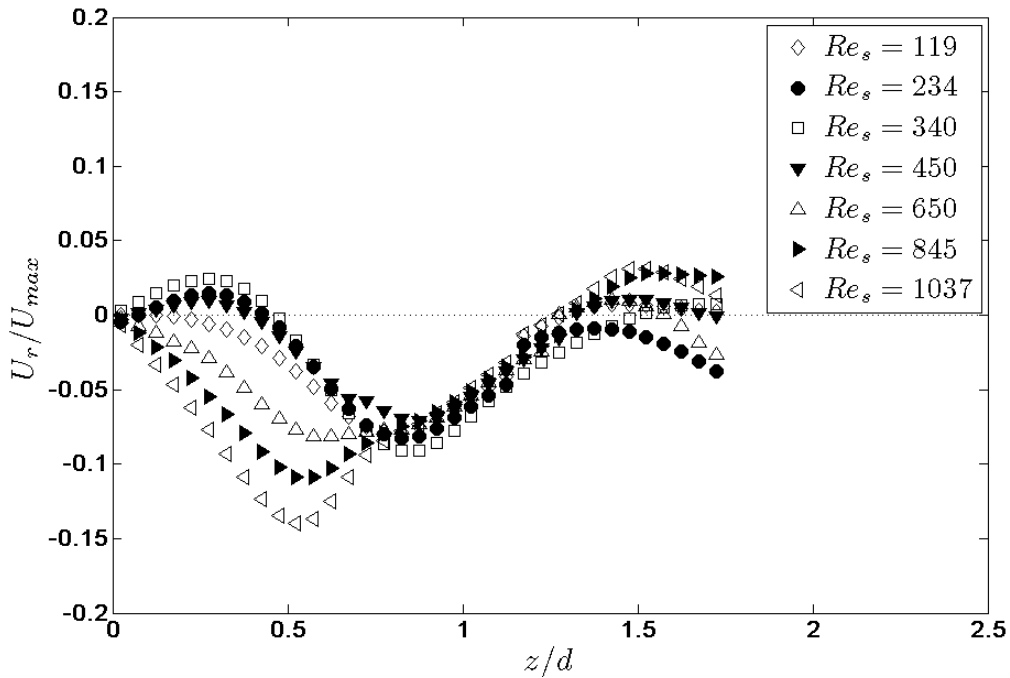


Figure 4.8 : Evolution radiale de la vitesse moyenne radiale à $z = d$ dans un sillage d'une sphère dans le réseau.

isolée (symbole vides) pour lesquels le profil transversal de vitesse moyenne dans la zone de recirculation est quasiment indépendant de Re_s . La figure 4.8 présente le profil de vitesse moyenne radiale au même endroit. Elle montre que les profils correspondant à tous les

nombres de Reynolds se rejoignent vers $r = 0,75d$ pour atteindre un plateau qui se prolonge jusqu'à $r = d$, où la vitesse verticale atteint son maximum.

La figure 4.9 propose une représentation log-log du déficit de vitesse sur l'axe. Elle permet ainsi de bien mettre en évidence, pour $Re_s \geq 230$, le caractère extrêmement rapide de la décroissance derrière la sphère du réseau, qui se produit entre 1,5 et 2 diamètres. Dans cette région, le déficit apparaît faire échelle avec la vitesse moyenne U_0 et être indépendant du nombre de Reynolds.

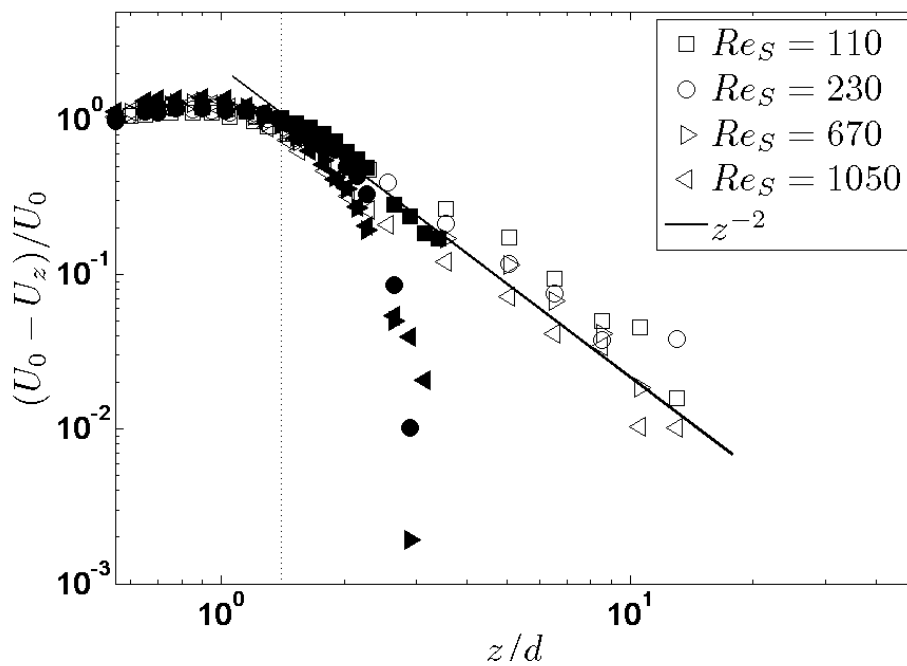


Figure 4. 9 : Evolution axiale du déficit de vitesse moyenne dans le sillage
Symboles vides : sphère isolée. Symboles pleins : sphère dans le réseau.

On retiendra donc que la région de l'écoulement dominée par une sphère dans le réseau est à peu près indépendante du nombre de Reynolds. Elle s'étend latéralement sur une largeur d'environ deux diamètres. Dans la direction longitudinale elle correspond à peu près à la longueur de la zone de recirculation, soit moins de $1,5d$. Plus en aval, on observe une très rapide décroissance du sillage qui n'a rien à voir avec celle causée par une turbulence de cisaillement d'intensité et d'échelle comparables à l'agitation observée dans le réseau.

3.2) Longueur de la zone de recirculation

La région du sillage où l'écoulement moyen est dominé par une sphère donnée semble correspondre à la zone de recirculation (ou région décollée) qui existe derrière chaque sphère. Il nous a donc semblé intéressant d'en déterminer la longueur, L_e , qui sera définie ici comme la distance entre le centre de la sphère et le point en aval sur l'axe du sillage où la vitesse moyenne longitudinale s'annule avant de redevenir positive (voir figure 4.6).

La longueur de la zone de recirculation est connue pour dépendre du nombre de Reynolds et lorsque l'écoulement est turbulent, de l'intensité de la turbulence incidente. Dans le cas d'un écoulement incident laminaire, les résultats de la littérature (voir Tableau 4.2) montrent qu'elle augmente avec le nombre de Reynolds pour passer de 1.34 à $2.16d$ quand Re_s croît de 110 à 650 . Au-delà, son évolution devient plus complexe à cause du fait que le sillage devient turbulent. Par ailleurs, la présence de la turbulence dans l'écoulement incident a pour effet de réduire la longueur de recirculation. Ceci a été montré par Bagchi et Balachandar (2004) pour Re_s entre 100 et 600 . D'autre part, Bakić (2004) a montré que cela restait vrai à beaucoup plus grand nombre de Reynolds. Ainsi pour $Re_s = 5 \cdot 10^4$, il observe que L_e décroît de $1,43$ à $0,98$ lorsque l'intensité turbulente de l'écoulement externe croît de $5,6 \cdot 10^{-3}$ à $7,8 \cdot 10^{-2}$.

Le Tableau 4.2 rassemble nos mesures de L_e pour le cas de la sphère isolée dans la turbulence de canal et pour celui de la sphère dans le réseau. Dans les deux cas, les valeurs trouvées sont inférieures à celles correspondant à une sphère isolée dans un écoulement laminaire. Cependant, les valeurs pour le réseau, comprises entre $1,32$ et $1,40$, dépendent peu du nombre de Reynolds et sont plus grandes que celles de la sphère isolée, comprises entre $1,10$ et $1,25$.

3.3) Largeur du sillage

L'évolution de la largeur du sillage nous informe sur la diffusion latérale de la quantité de mouvement qui est en général responsable de la décroissance des sillages. Pour la mesurer, il faut considérer les profils transversaux de la vitesse moyenne à différentes distances de la sphère. La figure 4.10 présente des séries de profils entre $z/d = 0,65$ et $1,85$ pour tous les

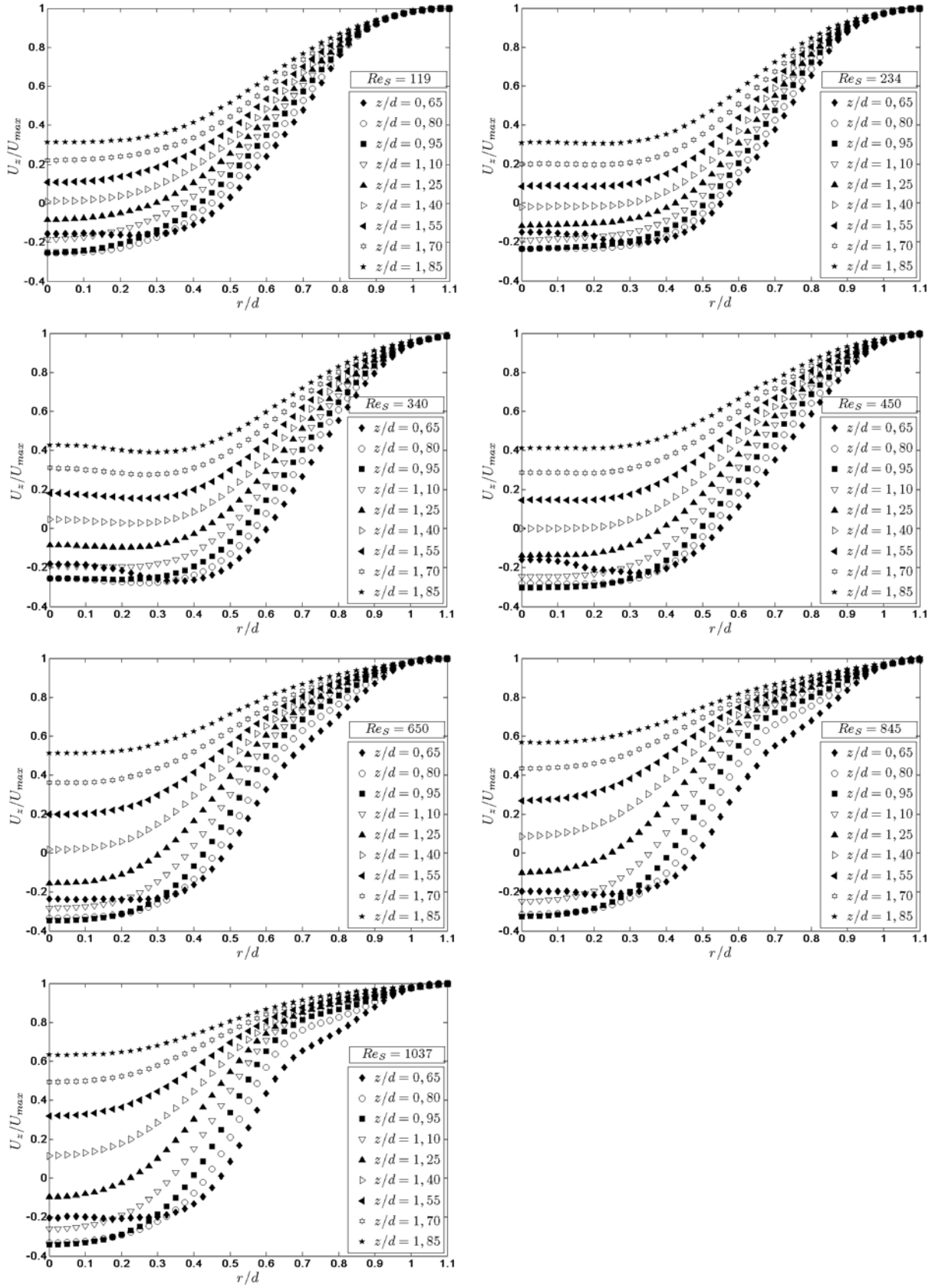


Figure 4.10 : Profils transversaux de la vitesse moyenne longitudinale dans le sillage pour les différents Re_S .

nombre de Reynolds étudiés de 119 à 1037. A l'instar de la figure 4.7, La vitesse moyenne U_z y est normée par le maximum de vitesse U_{\max} atteint par chaque profil. La position du maximum de vitesse est la même pour toutes les distances à tous les nombres de Reynolds. Le constat fait à partir du profil à $z/d = 2$ est donc généralisé ici : la largeur de la zone dominée par la sphère est la même dans tous les cas. On reconnaîtra aussi la zone de recirculation qui correspond aux points où la vitesse sur l'axe, U_{axe} , est négative. La demi largeur du sillage L_s est alors définie à partir de ces mesures comme le double de la coordonnée radiale r du point où la vitesse vaut $(U_{\max} - U_{axe})/2$.

La figure 4.11 montre l'évolution de L_s en fonction de z pour tous les nombres de Reynolds. On constate tout d'abord que L_s dépend de manière complexe du nombre de Reynolds : elle commence par croître lorsque Re_s augmente de 119 à 340 pour décroître ensuite lorsque Re_s augmente de 340 à 1037. Plus surprenante est son évolution avec la distance z au centre de la sphère. Elle diminue d'abord avec z à l'intérieur de la zone de recirculation ($z < 1,4d$), mais surtout elle n'augmente que très légèrement ensuite. Si la très rapide décroissance du sillage observée dans cette région était due à une diffusion latérale de la quantité de mouvement, on devrait observer une rapide expansion du sillage. Comme ce n'est pas le cas, un autre mécanisme doit être responsable de cette décroissance. Il s'agit donc de découvrir lequel.

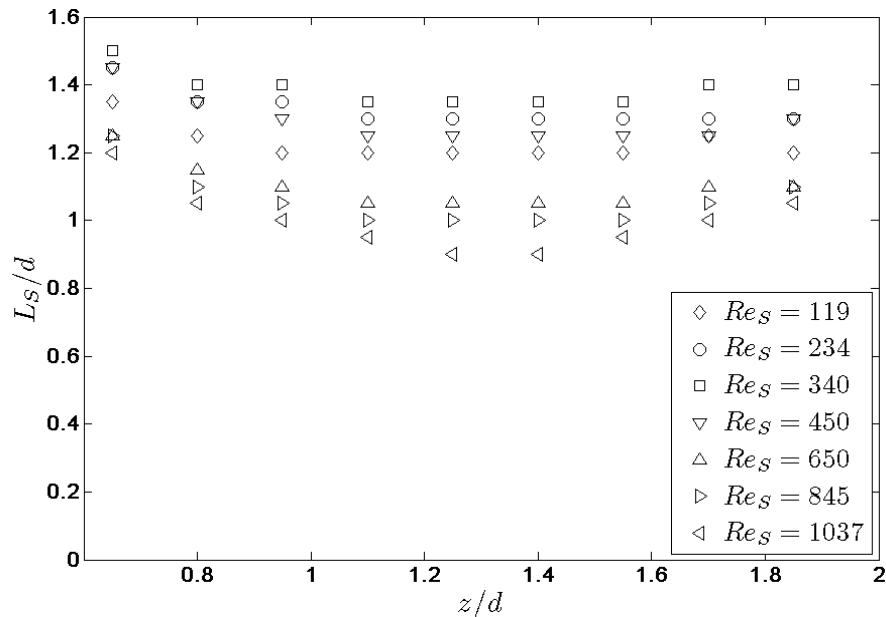


Figure 4.11 : Evolution de la largeur du sillage d'une sphère en fonction de la distance du centre de celle-ci.

4) Turbulence dans le sillage.

Après avoir décrit le sillage moyen, nous allons nous intéresser aux fluctuations de vitesse. La figure 4.12 présente les profils horizontaux à $z = d$ (colonne de gauche) et $z = 1,85d$ (colonne de droite) des composantes du tenseur de Reynolds normalisées par le carré de la vitesse moyenne incidente U_0^2 . Alors que l'écoulement moyen dans la région considérée est dominé par la perturbation induite par la sphère, la vitesse moyenne U_0 n'est pas du tout la bonne échelle pour rassembler les résultats obtenus pour les différents nombres de Reynolds.

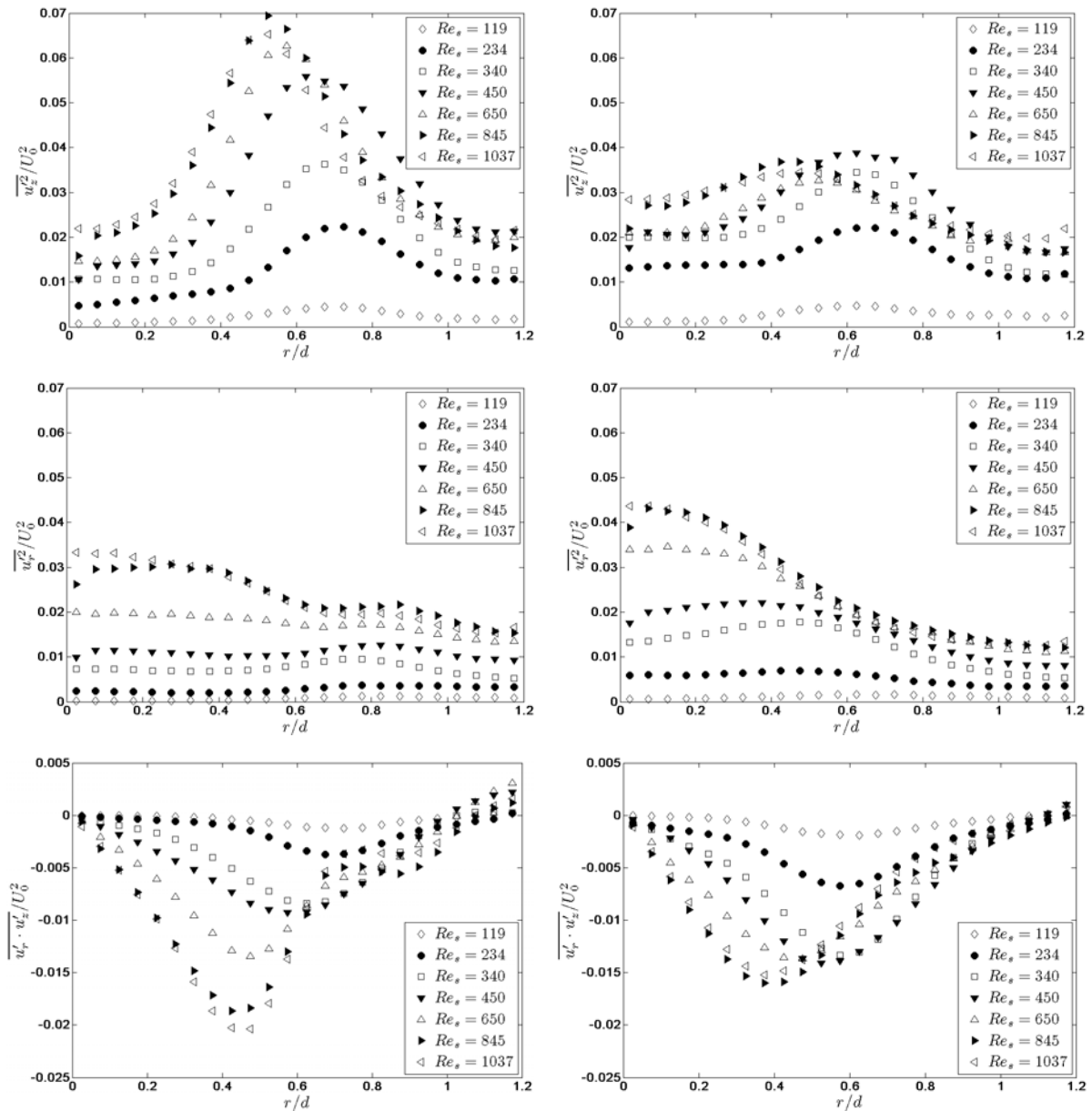


Figure 4.12 : Profils radiaux des composantes du tenseur de Reynolds normalisées par la la vitesse incidente U_0 à $z = d$ (à gauche) et $z = 1,85d$ (à droite)

Sur la figure 4.13, les mêmes grandeurs ont été tracées en utilisant la turbulence externe pour définir les échelles de normalisation. Ainsi, les contraintes normales $\overline{u_z'^2}$, $\overline{u_r'^2}$ sont respectivement normées par $\overline{u_{z0}^2}$ et $\overline{u_{r0}^2}$, leurs valeurs moyennes dans la *région proche* où sont placées les sphères (voir chapitre 5). Quant à $\overline{u_r' u_z'}$, il est normé par $\sqrt{\overline{u_{r0}^2}} \cdot \sqrt{\overline{u_{z0}^2}}$. On obtient alors un rassemblement des profils correspondant aux différents nombres de Reynolds qui, sans être parfait, est nettement meilleur que celui obtenu en normalisant par U_0^2 . Ceci suggère que la turbulence externe joue un rôle majeur dans l'agitation interne des sillages.

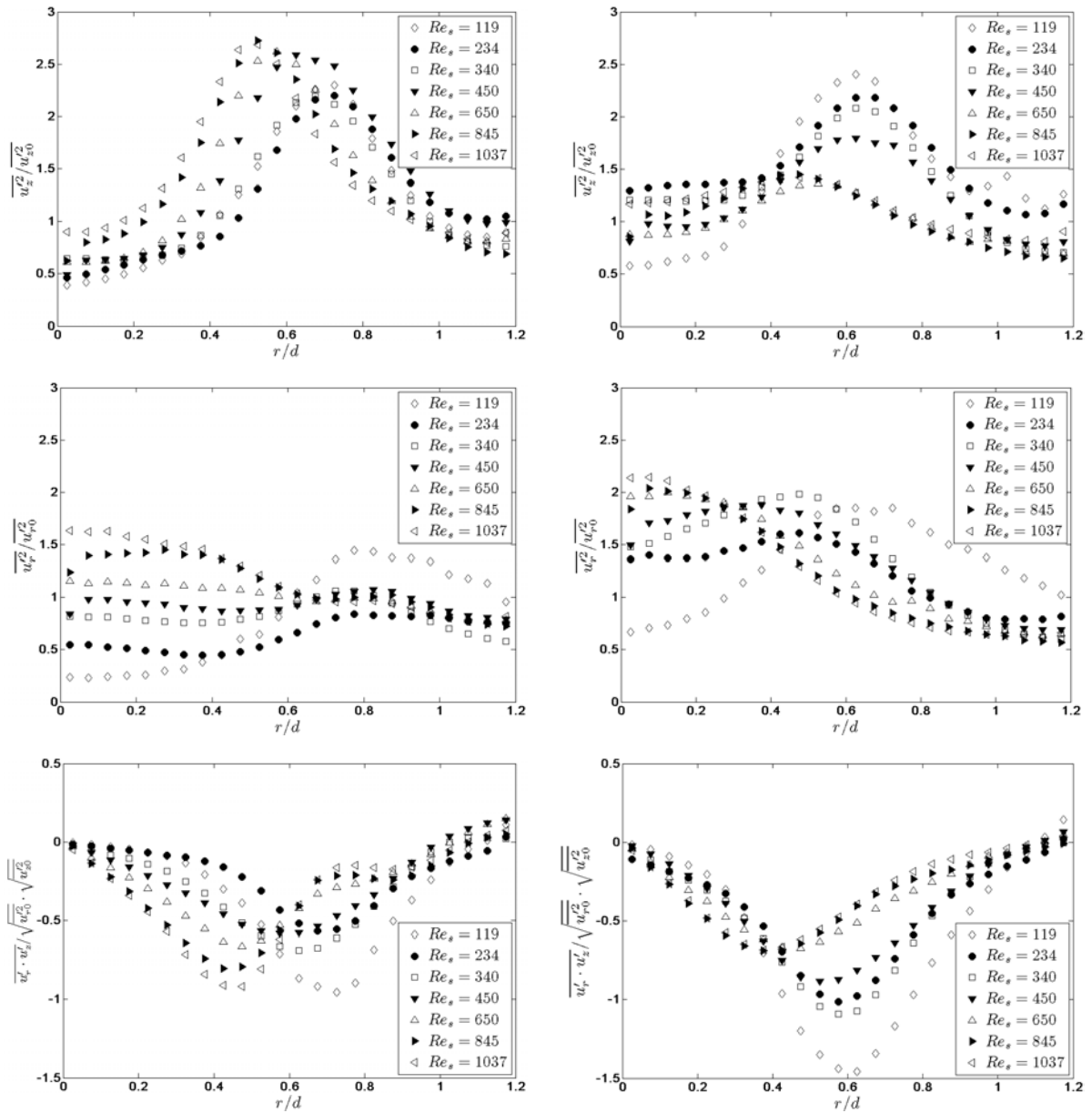


Figure 4.13 : Profils radiaux des composantes du tenseur de Reynolds normalisées par la turbulence externe à $z = d$ (à gauche) et $z = 1,85d$ (à droite)

Près de la sphère, à $z = d$, on constate que $\overline{u_z'^2}$ comme $\overline{u_r'^2}$ ont, à petit nombre de Reynolds, moins d'énergie près de l'axe que dans la zone externe. Lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'énergie des deux composantes sur l'axe augmente pour rejoindre le niveau externe dans le cas de $\overline{u_z'^2}$ et le dépasser dans le cas de $\overline{u_r'^2}$. Cependant les deux composantes rejoignent de manière différente la valeur externe lorsqu'on s'éloigne de l'axe. Alors que $\overline{u_z'^2}$ passe par un maximum proche de la demi-largeur du sillage, $\overline{u_r'^2}$ reste d'abord constant jusqu'à $r = d/4$ pour tendre ensuite de manière monotone vers la valeur externe. (Seul le cas à $Re_s = 119$ est différent et montre l'apparition d'un second extremum de $\overline{u_r'^2}$ autour de $r = 0,8d$). Quant aux profils du cisaillement $\overline{u_r' u_z'}$, il est remarquable de constater qu'ils passent par un extremum proche de $-\sqrt{\overline{u_{r0}^2}} \cdot \sqrt{\overline{u_{z0}^2}}$.

Loin de la sphère, à $z = 1,85d$, les profils de $\overline{u_z'^2}$ ont une forme assez similaire à celle des profils observés près de la sphère. Néanmoins, la normalisation par $\overline{u_{z0}^2}$ n'est plus capable ici d'éliminer la dépendance avec le nombre de Reynolds du maximum observé au niveau de la demi-largeur du sillage. Le maximum de $\overline{u_z'^2} / \overline{u_{z0}^2}$ est dès lors une fonction décroissante de Re_s . Les profils correspondant à $Re_s \geq 650$ ne s'éloignent en fait plus beaucoup de la valeur externe $\overline{u_{z0}^2}$ sur toute la largeur du sillage. Pour $Re_s \geq 650$, les profils de toutes les composantes sont remarquablement semblables.

Différents mécanismes régissent l'agitation dans le sillage : (i) la pénétration de la turbulence externe, éventuellement distordue par la perturbation potentielle autour de la sphère et le sillage derrière ; (ii) l'instabilité du sillage stationnaire qui est responsable du détachement tourbillonnaire et apparaît à partir de $Re_s > 270$ pour une sphère isolée dans un écoulement laminaire (Johnson et Patel, 1999) ; (iii) la production de turbulence par le cisaillement moyen au sein même du sillage. L'étude approfondie de ces mécanismes et de leurs interactions est au-delà des objectifs du présent travail. On retiendra ici les deux constatations principales suivantes. Pour $Re_s \leq 450$, l'amplitude de l'agitation dans le sillage est fortement corrélée à celle de la turbulence externe bien que sa structure dépende du

nombre de Reynolds. En revanche pour $Re_s \geq 650$, les composantes du tenseur de Reynolds normalisées par la turbulence externe ne dépendent plus du nombre de Reynolds.

5) Bilan de quantité de mouvement

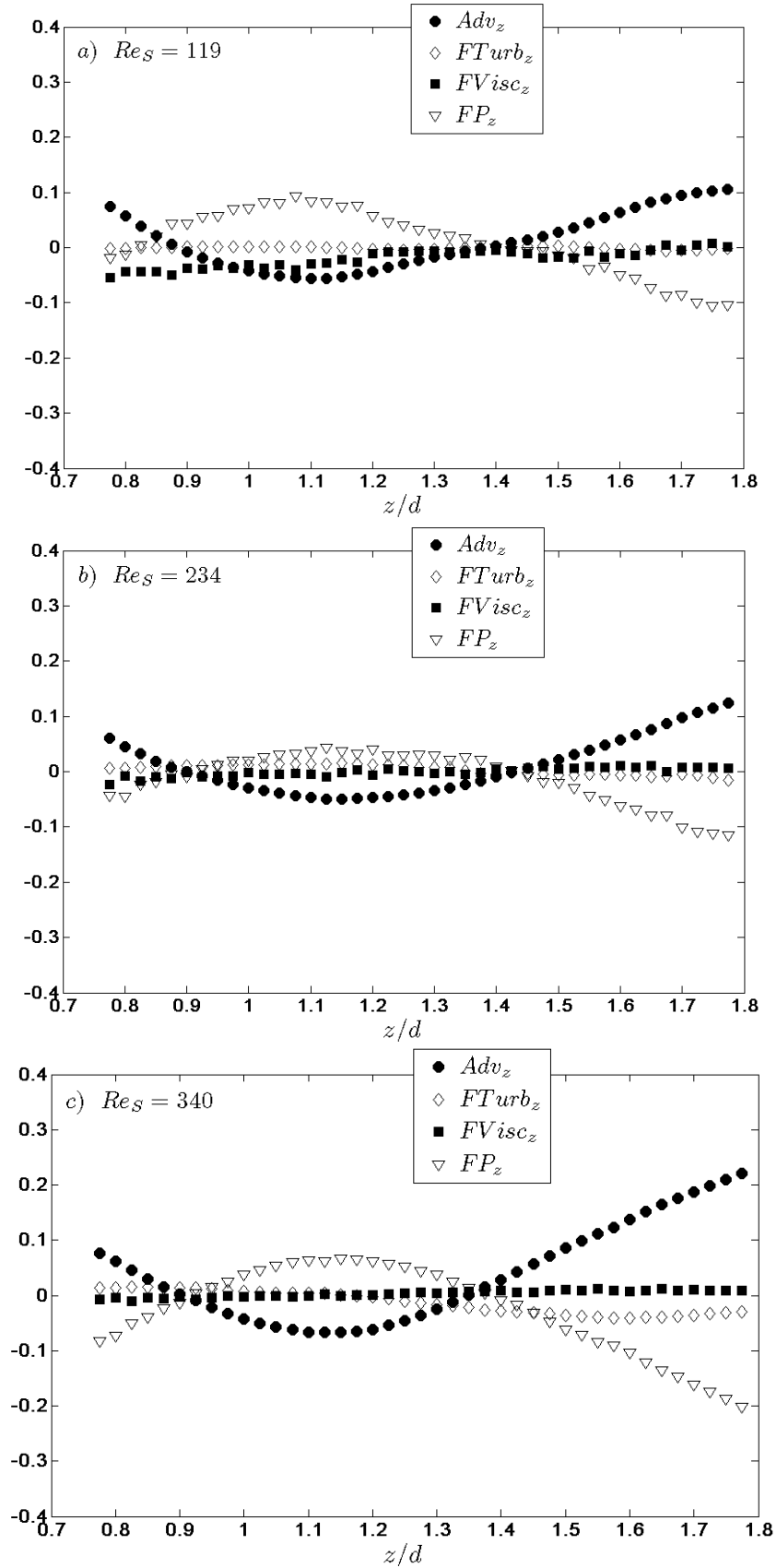
Pour comprendre la raison de la très rapide disparition des sillages, il faut établir le bilan de la quantité de mouvement longitudinale moyenne. En supposant que l'écoulement est statistiquement axisymétrique, l'équation correspondante s'écrit en coordonnées cylindriques :

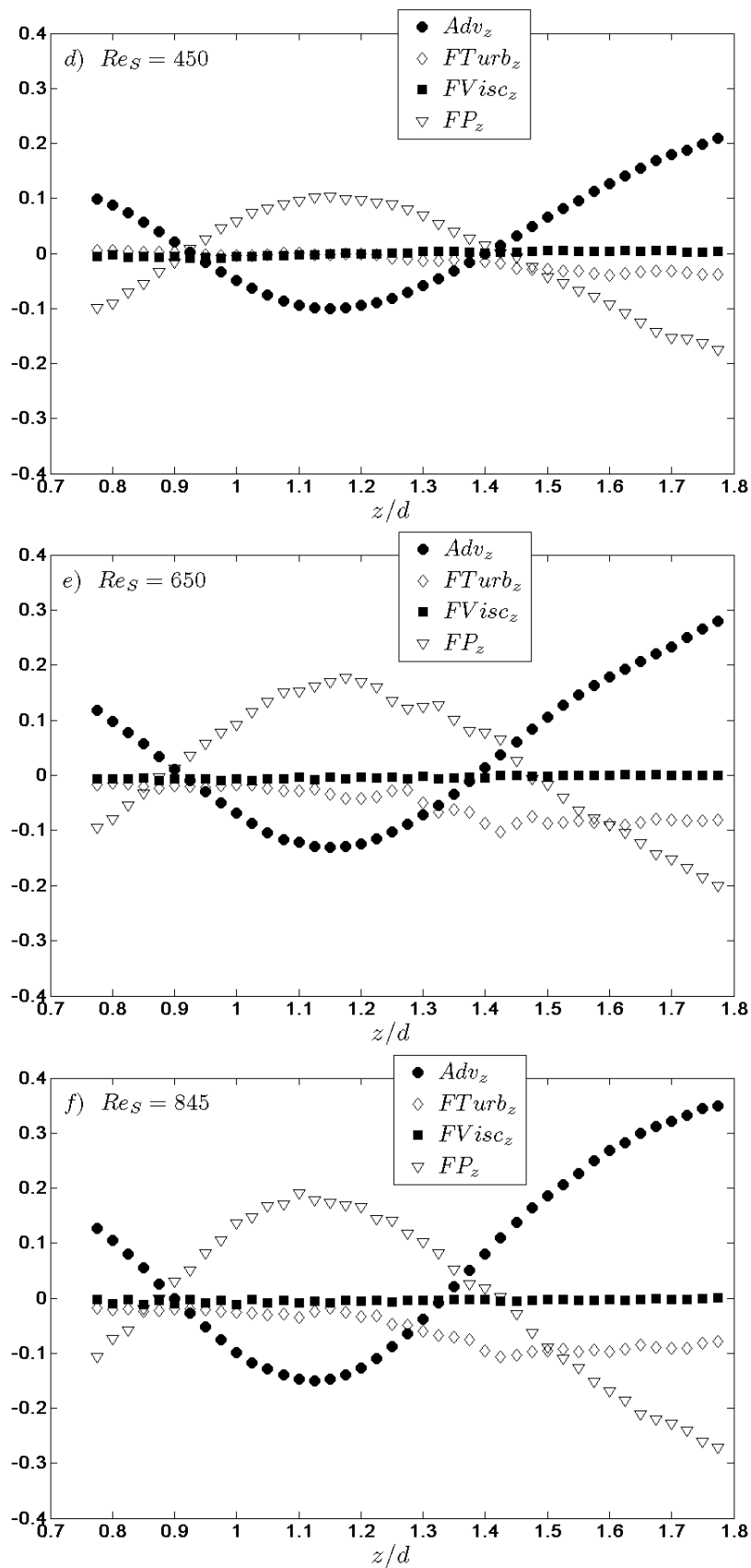
$$\underbrace{U_r \frac{\partial U_z}{\partial r} + U_z \frac{\partial U_z}{\partial z}}_{Adv_z} + \underbrace{\frac{\partial \overline{u_r' u_z'}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{u_z' u_z'}}{\partial z} + \frac{\overline{u_r' u_z'}}{r}}_{FTurb_z} - \underbrace{\nu \left[\frac{\partial^2 U_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 U_z}{\partial z^2} \right]}_{FVisc_z} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}}_{FP_z} = 0 \quad (5.1)$$

Le premier terme (Adv_z) représente l'accélération du mouvement, le second ($FTurb_z$) les contraintes turbulentes, le troisième ($FVisc_z$) la diffusion visqueuse et le dernier (FP_z) les forces de pression. La vitesse moyenne et le tenseur de Reynolds ayant été mesurés dans le plan (z, r) , les trois premiers termes de ce bilan peuvent être obtenus par simples produits et dérivations spatiales de ces grandeurs. Quant au gradient de pression, on l'obtient comme reste du bilan (5.1).

La figure 4.14 présente les évolutions des différents termes du bilan normalisés par U_0^2/d sur l'axe du sillage pour tous les nombres de Reynolds considérés entre 119 et 1037. Il est utile de rappeler que la fin de la zone de recirculation se situe dans tous les cas entre $z = 1,3d$ et $1,4d$ et correspond ici à l'endroit où Adv_z s'annule. Avant ce point ($0,9 < z/d < 1,3$), le fluide décélère et Adv_z est négatif. Plus loin en aval, le fluide accélère et Adv_z est positif. C'est dans cette région ($z/d \geq 1,3$) que le sillage est observé s'atténuer très rapidement. La diffusion visqueuse joue partout un rôle négligeable, sauf dans la zone de recirculation à $Re_s = 119$. Quant à la diffusion turbulente, elle est négligeable jusqu'à $Re_s = 234$, son importance croissant ensuite lorsque que le nombre de Reynolds devient important. Cependant, même à $Re_s = 1037$, elle est incapable de contrebalancer la décélération du fluide hors de la zone de recirculation. Ceci implique que la diffusion latérale de la quantité de mouvement ne peut expliquer l'atténuation du sillage. Cette atténuation est

donc en fait principalement due à un gradient longitudinal négatif de pression qui cause l'accélération du fluide.





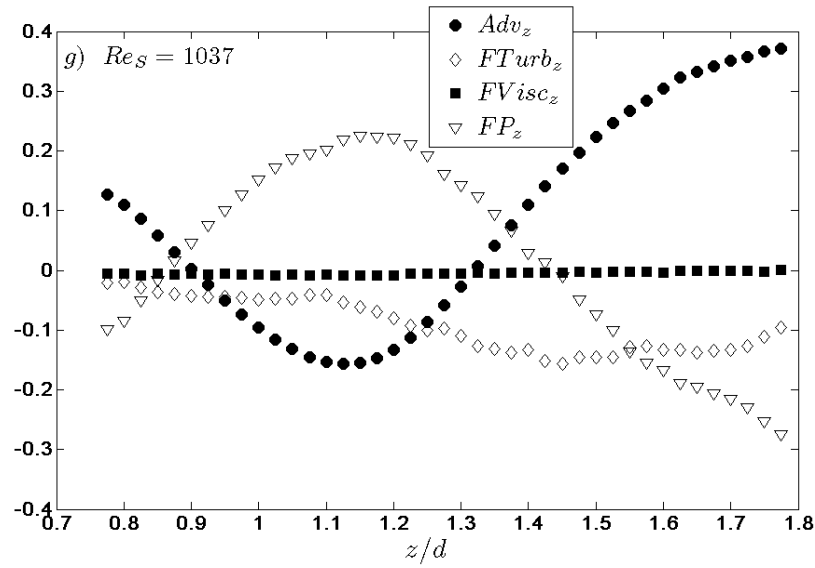


Figure 4.14 : Bilan de la quantité de mouvement moyenne longitudinale dans la direction longitudinale pour les différents Re_s de 119 jusqu'à 1037.

6) Conclusion

Nous avons étudié le sillage d'une sphère au sein du réseau pour des nombres de Reynolds compris entre 110 et 1000. Immédiatement derrière la sphère se trouve une zone de recirculation qui s'étend jusqu'à une distance z de $1,3d$ à $1,4d$ mesurée depuis le centre de la sphère. Plus loin, le sillage s'atténue très rapidement, au point d'avoir pratiquement totalement disparu à seulement $3d$. Cette décroissance est beaucoup plus rapide que celle observée, au chapitre 2, derrière la sphère isolée placée dans une turbulence de cisaillement d'intensité et d'échelle de longueur comparables à celles de l'agitation dans le réseau. Nous avons mesuré les tensions de Reynolds dans le sillage. Leur intensité fait échelle avec la turbulence externe et elle ne dépend plus du nombre de Reynolds après normalisation pour $Re_s \geq 650$. Cette agitation n'est cependant pas la cause de l'atténuation du sillage. La diffusion latérale de la quantité de mouvement reste modérée et par conséquent l'évolution de la largeur du sillage est assez lente. En fait l'atténuation du sillage est due à l'existence d'un gradient de pression négatif qui traduit probablement, sur l'axe, la perturbation collective des sphères environnantes.

Chapitre 5

Agitation résultant des interactions hydrodynamiques dans le réseau

L'objectif de ce travail est de proposer une description statistique de l'agitation produite au sein d'un réseau aléatoire de sphères fixes, puis de l'analyser en terme de bilans de quantité de mouvement, d'énergie cinétique et de distribution dans l'espace spectral, de manière à en comprendre la dynamique.

1) Proposition d'une décomposition statistique pour l'étude du réseau

1.1) Moyenne temporelle et moyenne spatiale

Dans les écoulements turbulents, on peut décomposer chaque grandeur g décrivant l'écoulement (vitesse ou pression) d'une manière classique en deux parties, une partie moyenne \overline{g} et une partie fluctuante dans le temps g' :

$$g = \overline{g} + g' \quad \text{avec} \quad \overline{g'} = 0 \quad (1)$$

Les grandeurs considérées étant toutes stationnaires en temps, on peut choisir d'utiliser l'opérateur de moyenne temporelle:

$$\begin{aligned} u(\vec{x}, t) &= \overline{u}(\vec{x}) + u'(\vec{x}, t) \\ p(\vec{x}, t) &= \overline{p}(\vec{x}) + p'(\vec{x}, t) \end{aligned} \quad (2)$$

Dans le cas du réseau, ceci revient à considérer l'écoulement comme inhomogène en espace. Les moments statistiques de toutes les grandeurs dépendent de la position dans le réseau et ne sont alors pertinentes que pour une réalisation particulière de la distribution spatiale des sphères. Au contraire, nous voulons extraire les informations qui sont caractéristiques de tout réseau aléatoire d'obstacles dont les positions des sphères sont indépendantes et de fraction volumique égale à 2% .

On pourrait choisir d'utiliser l'opérateur de moyenne spatiale. Pour un réseau assez grand, tous les moments statistiques des grandeurs seraient alors indépendants de l'espace et du temps. L'inconvénient de cette description est qu'elle ne distingue pas entre les

fluctuations spatiales qui résultent du caractère aléatoire de la distribution des sphères et les fluctuations temporelles qui résultent des instabilités hydrodynamiques. De manière analogue à Kock & Ladd (1997) ou White & Nepf (2003), nous utiliserons une double décomposition qui fera intervenir l'opérateur de moyenne temporelle noté $\overline{}$ et celui de moyenne spatiale noté $\langle \rangle$, qui nous permettra de distinguer les deux types de fluctuations. On introduit pour cela au préalable les notations :

$$U = \overline{\langle \vec{u}(\vec{x}, t) \rangle} \quad (3)$$

$$\text{et } \overline{u^s}(\vec{x}) = \overline{\vec{u}(\vec{x}, t)} - U \quad (4)$$

où $\overline{u^s}$ est l'écart entre la moyenne temporelle de la vitesse en un point et la vitesse débitante uniforme U qui existerait en l'absence de sphères. Avec cette nouvelle décomposition, la vitesse et la pression peuvent être décomposées de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \vec{u}(\vec{x}, t) &= U + \overline{u^s}(\vec{x}) + u'(\vec{x}, t) \\ p(\vec{x}, t) &= P + \overline{p^s}(\vec{x}) + p'(\vec{x}, t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{Avec : } \overline{u'(\vec{x}, t)} = 0, \text{ et } \langle \overline{u^s}(\vec{x}) \rangle = 0$$

$$\overline{p'(\vec{x}, t)} = 0, \text{ et } \langle \overline{p^s}(\vec{x}) \rangle = 0$$

La variance totale des fluctuations est la somme de la contribution due à l'inhomogénéité spatiale $\langle \overline{u^s}^2 \rangle$ et de celle des fluctuations temporelles $\langle \overline{u'^2} \rangle$:

$$\langle \overline{(u - U)^2} \rangle = \langle (u - U)^2 \rangle = \langle \overline{u^s}^2 \rangle + \langle \overline{u'^2} \rangle \quad (6)$$

Pour établir ce résultat on a utilisé le fait que dans un réseau d'extension infinie il existe un nombre infini de régions suffisamment éloignées pour être décorréliées en temps de sorte qu'après moyenne spatiale aucune grandeur ne dépend plus du temps :

$$\langle \overline{g} \rangle = \langle g \rangle \quad (7)$$

1.2) Conséquence pour le bilan de quantité de mouvement

En appliquant la décomposition précédente (5) aux équations de Navier-Stokes on obtient après moyenne le système d'équations suivant en coordonnées cartésiennes (somme sur les indices répétés) :

$$U_j \cdot \underbrace{\left\langle \frac{\partial \overline{u_i^s}}{\partial x_j} \right\rangle}_{Adv} + \underbrace{\left\langle \frac{\partial \overline{u_j^s} \cdot \overline{u_i^s}}{\partial x_j} \right\rangle}_{Ths} = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left(\left\langle \frac{\partial P}{\partial x_i} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \overline{p^s}}{\partial x_i} \right\rangle \right)}_{FP} + \underbrace{\nu \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_i^s}}{\partial x_j \partial x_j} \right\rangle}_{FVisc} - \underbrace{\left\langle \frac{\partial \overline{u_i^s} \cdot u_j'}{\partial x_i} \right\rangle}_{Fturb} \quad (8)$$

Dans ces équations de bilan de quantité de mouvement, le premier terme (*Adv*) représente l'advection par le mouvement moyen. Le deuxième terme (*Ths*) est spécifique de la décomposition adoptée. On peut le considérer comme un transport de quantité de mouvement par les hétérogénéités du réseau, et il apparaît comme un tenseur de Reynolds des hétérogénéités spatiales de vitesse. Le troisième terme (*FP*) représente les forces de pression. Le terme suivant (*FVisc*) est associé aux efforts visqueux. Et le dernier terme (*Fturb*) traduit l'action du tenseur de Reynolds classiquement associé aux fluctuations temporelles de vitesse.

En explicitant les projections dans la direction longitudinale (*z*) et dans la direction transversale (*y*), on aboutit aux deux équations suivantes. Dans le problème qui nous intéresse, les directions transversales (*x* et *y*) jouant un rôle identique, nous n'écrivons pas la projection dans la direction (*x*).

Dans la direction longitudinale :

$$\begin{aligned} & \underbrace{U_x \cdot \left\langle \frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial x} \right\rangle + U_y \cdot \left\langle \frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial y} \right\rangle + U_z \cdot \left\langle \frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial z} \right\rangle}_{Adv_z} + \underbrace{\left\langle \frac{\partial \overline{u_x^s} \cdot \overline{u_z^s}}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \overline{u_y^s} \cdot \overline{u_z^s}}{\partial y} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_z^s}}{\partial z} \right\rangle}_{Ths_z} = \\ & - \underbrace{\frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\partial P}{\partial z} \right\rangle - \frac{1}{\rho} \left\langle \frac{\partial \overline{p^s}}{\partial z} \right\rangle}_{FP_z} + \underbrace{\nu \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_z^s}}{\partial x^2} \right\rangle + \nu \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_z^s}}{\partial y^2} \right\rangle + \nu \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_z^s}}{\partial z^2} \right\rangle}_{FVisc_z} \\ & - \underbrace{\left\langle \frac{\partial \overline{u_x^s} \cdot u_z'}{\partial x} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \overline{u_y^s} \cdot u_z'}{\partial y} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \overline{u_z^s} \cdot u_z'}{\partial z} \right\rangle}_{Fturb_z \dots} \end{aligned} \quad (9)$$

L'équation de bilan de quantité de mouvement dans la direction transversale s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{U_x \cdot \left\langle \frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial x} \right\rangle + U_y \cdot \left\langle \frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial y} \right\rangle + U_z \cdot \left\langle \frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial z} \right\rangle}_{Adv_y} + \underbrace{\left\langle \frac{\partial \overline{u_x^s} \cdot \overline{u_y^s}}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \overline{u_y^s} \cdot \overline{u_y^s}}{\partial y} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}}{\partial z} \right\rangle}_{Th_{sy}} = \\
 & - \underbrace{\frac{1}{\rho} \cdot \left\langle \frac{\partial P}{\partial y} \right\rangle - \frac{1}{\rho} \cdot \left\langle \frac{\partial p^s}{\partial y} \right\rangle}_{FP_y} + \underbrace{v \cdot \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_y^s}}{\partial x^2} \right\rangle + v \cdot \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_y^s}}{\partial y^2} \right\rangle + v \cdot \left\langle \frac{\partial^2 \overline{u_y^s}}{\partial z^2} \right\rangle}_{FVis_{cy}} \\
 & - \underbrace{\left\langle \frac{\partial u_x' u_y'}{\partial x} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial u_y' u_y'}{\partial y} \right\rangle - \left\langle \frac{\partial u_z' u_y'}{\partial z} \right\rangle}_{Fturby}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Il est important de noter que dans un écoulement spatialement homogène, les dérivées spatiales de tous les moments statistiques sont nulles : $\frac{\partial \langle \cdot \rangle}{\partial x_i} = 0$. Si on permute sans précaution les opérateurs de dérivée spatiale et de moyenne spatiale, on aboutit à ce que tous les termes du bilan de quantité de mouvement soient nuls. En particulier, il n'existe aucun terme pour équilibrer le gradient de pression dans la direction de l'écoulement qui doit nécessairement exister à cause de la résistance à l'écoulement exercée par les sphères. On se trouve ainsi face à une difficulté majeure de l'étude des écoulements diphasiques : la permutation des opérateurs de moyenne et de dérivée n'est pas autorisée à cause de la discontinuité du champ hydrodynamique introduite par la présence de la phase dispersée. Dans le cadre des modélisations eulériennes à deux fluides (Ishii, 1975 ; Drew, 1983), cette difficulté est contournée en introduisant des fonctions généralisées au sens des distributions. On obtient alors des grandeurs continûment différentiables sur tout le champ de l'écoulement mais le prix à payer est l'introduction de termes de couplages entre les phases dont la signification physique est difficile à appréhender et dont la modélisation est, par conséquent, extrêmement ardue.

Notre souhait étant d'examiner en détail la dynamique de l'écoulement, nous avons choisi une approche alternative moins sévèrement homogénéisée, nous permettant de distinguer les contributions spécifiques des fluctuations spatiales et temporelles. Notre démarche consiste à étudier des régions particulières de l'écoulement ne contenant pas de sphères. Dans ces régions, il est possible d'appliquer la double décomposition définie par (5)

et de permuter les opérateurs de dérivée et de moyenne spatiale dans le calcul des termes intervenant dans les équations bilans.

En pratique, nous avons conduit l'investigation des deux types de régions définies au chapitre 3 : la *région proche* et la *région lointaine*. Les détails de notre méthode sont explicités dans la suite.

1.3) Opérateur de moyenne spatiale dans le plan horizontal par régions

Chaque *région proche*, comme chaque *région lointaine*, correspond à un plan vertical de mesure contenant une tige de support des sphères. L'écoulement à l'intérieur de ces régions dépend de la distance verticale à la tige considérée, c'est-à-dire de la distance z aux sphères les plus proches qui sont situées soit en amont pour la *région proche* soit en aval pour la *région lointaine*. Dans la suite, l'origine de la cote z sera prise au centre des sphères les plus proches ; elle prendra donc des valeurs négatives dans la *région lointaine* et positives dans la *région proche*.

La moyenne temporelle ($\overline{\cdot}$) est calculée sur N_t enregistrements PIV consécutifs pour un plan de mesure donné.

La direction z n'étant pas une direction d'homogénéité au sein de ces régions particulières, nous avons introduit une moyenne spatiale limitée à une moyenne dans la direction horizontale, qui sera notée $\langle \cdot \rangle_h$. Cette moyenne spatiale est en fait effectuée en deux étapes. Toute grandeur g est d'abord moyennée dans la direction horizontale y ; ensuite, les champs ainsi obtenus pour chaque plan de mesure correspondant à un type de région donnée (*proche* ou *lointaine*) sont moyennés entre eux :

$$\langle \overline{g} \rangle_h(z) = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \left(\frac{1}{L_y} \int_{y_1}^{y_2} \overline{u}(z, y) dy \right)$$

où L_y est la dimension horizontale de la région de mesure, N_p le nombre de plans considérés.

1.4) Application au bilan de quantité de mouvement

Les deux équations de quantité de mouvement dans les deux directions d'écoulement, transversale et longitudinale obtenues après application de l'opérateur $\langle \bar{\cdot} \rangle_h$ sont explicitées dans les deux équations (11) et (12). On gardera à l'esprit que quelle que soit la région considérée, la fluctuation spatiale sera définie comme l'écart à la vitesse débitante U dans le réseau, soit

$$\langle \bar{u} \rangle_h(z) = U + \langle \bar{u}^s \rangle_h(z)$$

Dans la direction longitudinale z :

$$\begin{aligned} & \underbrace{U_x \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial x} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial y} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial z}}_{Adv_z} + \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_x^s \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial x} + \frac{\partial \langle \bar{u}_y^s \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial y} + \frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial z}}_{Ths_z} = \\ & \underbrace{-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z}}_{FP_z} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \bar{p}^s \rangle_h}{\partial z}}_{FP_z} + \underbrace{\nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial z^2}}_{FVisc_z} - \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_x' \bar{u}_z' \rangle_h}{\partial x} - \frac{\partial \langle \bar{u}_y' \bar{u}_z' \rangle_h}{\partial y}}_{FTurb_z} \\ & - \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_z' \bar{u}_z' \rangle_h}{\partial z}}_{FTurb_z} \end{aligned} \quad (11)$$

Dans la direction transversale y :

$$\begin{aligned} & \underbrace{U_x \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial x} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial y} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial z}}_{Adv_y} + \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_x^s \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial x} + \frac{\partial \langle \bar{u}_y^s \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial y} + \frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial z}}_{Ths_y} = \\ & \underbrace{-\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y}}_{FP_y} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \bar{p}^s \rangle_h}{\partial y}}_{FP_y} + \underbrace{\nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial x^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial y^2} + \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_y^s \rangle_h}{\partial z^2}}_{FVisc_y} - \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_x' \bar{u}_y' \rangle_h}{\partial x} - \frac{\partial \langle \bar{u}_y' \bar{u}_y' \rangle_h}{\partial y}}_{FTurb_y} \\ & - \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_z' \bar{u}_y' \rangle_h}{\partial z}}_{FTurb_y} \end{aligned} \quad (12)$$

Par choix des régions considérées, la direction z n'est pas une direction d'homogénéité alors que y l'est. Pour toute grandeur g on a donc :

$$\langle \frac{\partial \bar{g}}{\partial z} \rangle_h = \frac{\partial}{\partial z} \langle \bar{g} \rangle_h \neq 0 \text{ et } \langle \frac{\partial \bar{g}}{\partial y} \rangle_h = \frac{\partial}{\partial y} \langle \bar{g} \rangle_h = 0$$

En supposant que l'écoulement est homogène et isotrope dans le plan horizontal, on peut considérer que tous les moments d'ordre impairs en u_x ou u_y sont nuls. L'isotropie nous permet aussi de substituer $\frac{\partial}{\partial y}$ à $\frac{\partial}{\partial x}$ et u_y à u_x pourvu qu'on ne considère pas un moment croisé faisant intervenir à la fois u_x et u_y . Tenant compte de cela, le bilan de quantité de mouvement se réduit à :

$$\underbrace{U_z \cdot \frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial z}}_{Adv_z} + \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_z^s \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial z}}_{Ths_z} + \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u}_z' \bar{u}_z' \rangle_h}{\partial z}}_{FTurb_z} - \underbrace{v \cdot \frac{\partial^2 \langle \bar{u}_z^s \rangle_h}{\partial z^2}}_{FVisc_z} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \bar{p}^s \rangle_h}{\partial z}}_{FP_z} = 0 \quad (13)$$

Le seul terme que nous ne pourrions pas mesurer est le gradient de pression FP_z . Il sera obtenu par reste du bilan.

L'équation (13) va permettre d'analyser le bilan de quantité de mouvement particulier qui s'établit dans le réseau en distinguant les rôles respectifs des tenseurs de Reynolds associés aux hétérogénéités spatiales et aux fluctuations temporelles.

1.5) Application aux bilans d'énergie cinétique

La double décomposition statistique introduite par l'équation (5) conduit à distinguer deux contributions à l'énergie cinétique des fluctuations. La première, $\langle \bar{u}_i^s \rangle_h^2$, sera nommée *énergie cinétique spatiale* car elle mesure l'intensité des fluctuations qui résulte du caractère localisé des perturbations induites par les sphères. Elle est non nulle même si l'écoulement au travers du réseau est laminaire et stationnaire. Elle n'a rien à voir avec de la turbulence. La seconde, $\langle \bar{u}_i'^2 \rangle_h$, sera nommée *énergie cinétique temporelle* car elle correspond aux fluctuations temporelles de l'écoulement en un point particulier du réseau. Elle résulte des instabilités des équations de Navier-Stokes et correspond à de la turbulence développée si le nombre de Reynolds est assez grand.

Nous présentons ci-après, les équations bilan de ces deux énergies cinétiques. Notons que pour les obtenir nous avons utilisé l'équation de continuité qui implique les deux relations suivantes (voir détails de la démarche en annexe B) :

$$\frac{\partial \overline{u_i^s}}{\partial x_i} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial u_i'}{\partial x_i} = 0$$

a) Energie cinétique spatiale

En multipliant scalairement les équations de Navier-Stokes par $U + \overline{u^s}$ et en prenant la moyenne, on obtient l'équation de l'énergie cinétique spatiale.

$$\begin{aligned} & \underbrace{\left(U_j \cdot U_i \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_i^s} \rangle_h}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \cdot U_j \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_i^s}^2 \rangle_h}{\partial x_j} \right) + \left(U_i \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_j^s} \cdot \overline{u_i^s} \rangle_h}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_j^s} \overline{u_i^s}^2 \rangle_h}{\partial x_j} \right)}_{Adv_s} \\ & + \underbrace{\left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_i^s} \cdot (P + \overline{p^s}) \rangle_h}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle U_i \cdot (P + \overline{p^s}) \rangle_h}{\partial x_i} \right)}_{TP_s} + \underbrace{\left(U_i \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_i} 'u_j' \rangle_h}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle \overline{u_i^s} \cdot u_i' u_j' \rangle_h}{\partial x_j} \right)}_{Dtrub_s} \\ & - \underbrace{\left(\langle \overline{u_i} 'u_j' \cdot \frac{\partial \overline{u_i^s}}{\partial x_j} \rangle_h \right)}_{PTurb_s} - \underbrace{\left(\nu \cdot U_i \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_i^s} \rangle_h}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{2} \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_i^s}^2 \rangle_h}{\partial x_j \partial x_j} \right)}_{DM_s} + \underbrace{\left(\nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_i^s}}{\partial x_j} \right)^2 \rangle_h \right)}_{Diss_s} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Le terme (Adv_s) représente le transport de l'énergie cinétique spatiale par la vitesse débitante et le mouvement fluctuant spatial. (TP_s) représente le transport de l'énergie cinétique spatiale par la pression. $(Dtrub_s)$ est le transport de l'énergie cinétique temporelle par la vitesse débitante et mouvement fluctuant spatial. $(PTurb_s)$ est un terme que l'on va voir apparaître avec un signe opposé dans le bilan de l'énergie cinétique temporelle. C'est donc un terme d'échange entre les deux formes d'énergie. On reconnaît en fait en lui le terme de production qui transfère en général de l'énergie des inhomogénéités spatiales vers la turbulence. Enfin, (DM_s) est la diffusion moléculaire et $(Diss_s)$ la dissipation visqueuse.

Les hypothèses d'homogénéité et d'isotropie dans le plan horizontal conduisent au bilan d'énergie suivant :

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & U_z \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial z} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z} + U_z \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s}^2 \rangle_h}{\partial z} \\
 & + \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s}^3 \rangle_h}{\partial z}
 \end{aligned} \right\} Adv_s \\
 & + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z} \cdot \overline{u_z'} \rangle_h}{\partial z} + 2 \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s} \cdot \overline{u_y'} \cdot \overline{u_z'} \rangle_h}{\partial z} + \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_z'} \cdot \overline{u_z'} \rangle_h}{\partial z} \left. \vphantom{\frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z}} \right\} Dturb_s \\
 & - 2 \cdot \langle \overline{u_y} \cdot \overline{u_y'} \cdot \frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial y} \rangle_h - 2 \cdot \langle \overline{u_y'} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial z} \rangle_h - 2 \cdot \langle \overline{u_y} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial y} \rangle_h - \langle \overline{u_z} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial z} \rangle_h \\
 & - \langle \overline{u_x} \cdot \overline{u_y'} \cdot \frac{\partial \overline{u_x^s}}{\partial y} \rangle_h - \langle \overline{u_y'} \cdot \overline{u_x'} \cdot \frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial x} \rangle_h \left. \vphantom{\frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z}} \right\} Pturb_s \\
 & - \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial z \partial z} - \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z^2} - \nu \cdot \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^s}^2 \rangle_h}{\partial z^2} \left. \vphantom{\frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z}} \right\} DM_s \quad (16) \\
 & + 2 \cdot \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial y} \right)^2 \rangle_h + 2 \cdot \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial z} \right)^2 \rangle_h + 2 \cdot \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial y} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial z} \right)^2 \rangle_h \\
 & + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_x^s}}{\partial y} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_y^s}}{\partial x} \right)^2 \rangle_h \left. \vphantom{\frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z}} \right\} Diss_s \\
 & + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot (P + p^s) \rangle_h}{\partial z} + \frac{U_z}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \langle \overline{p^s} \rangle_h}{\partial z} \right) \left. \vphantom{\frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial z}} \right\} TP_s \\
 & = \\
 & 0
 \end{aligned}$$

Les termes soulignés par un double trait ne sont pas mesurables à partir des champs de vitesse PIV bidimensionnels dans le plan (z, y) . Par reste du bilan, nous obtiendrons donc la somme de ces termes que nous désignerons sous le terme de $(reste_s)$.

b) Energie cinétique temporelle

En multipliant scalairement les équations de Navier-Stokes par u' et en prenant la moyenne, on obtient l'équation de l'énergie cinétique temporelle :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot U_j \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_i'^2} \rangle_h}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_j^s} \cdot \overline{u_i'^2} \rangle_h}{\partial x_j} \right)}_{Adv_T} + \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_j' \cdot u_i'^2} \rangle_h}{\partial x_j} \right)}_{DTurb_T} + \underbrace{\left(\langle \overline{u_i' \cdot u_j'} \cdot \frac{\partial \overline{u_i^s}}{\partial x_j} \rangle_h \right)}_{PTurb_T} \\
 & - \underbrace{\left(\frac{1}{2} \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_i'^2} \rangle_h}{\partial x_j \partial x_j} \right)}_{DM_T} + \underbrace{\left(\nu \cdot \langle \overline{\left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right)^2} \rangle_h \right)}_{Diss_T} + \underbrace{\left(\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_i' \cdot p'} \rangle_h}{\partial x_i} \right)}_{TP_T} = 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

On interprète les différents termes de cette équation de la façon suivante : (Adv_T) est le transport de l'énergie cinétique temporelle par la vitesse débitante et le mouvement fluctuant spatial, $(DTurb_T)$ le transport des fluctuations temporelles par elles-mêmes (souvent appelé par commodité diffusion turbulente), $(PTurb_T)$ est la production d'énergie fluctuante temporelle par les inhomogénéités spatiales, (TP_T) est la corrélation pression-vitesse. Enfin, (DM_T) est la diffusion moléculaire et $(Diss_T)$ la dissipation visqueuse.

Après prise en compte de l'homogénéité et de l'isotropie dans le plan horizontal on obtient :

$$\begin{aligned}
& \left. U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y'^2} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z'^2} \rangle_h}{\partial z} + \frac{\partial \langle \overline{u_z^s \cdot u_y'^2} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s u_z'^2} \rangle_h}{\partial z} \right\} Adv_T \\
& \left. + \frac{\partial \langle \overline{u_z' \cdot u_y'^2} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z'^3} \rangle_h}{\partial z} \right\} DTurb_T \\
& \left. \begin{aligned}
& + 2 \cdot \overline{\langle u_y' u_y' \cdot \frac{\partial u_y^s}{\partial y} \rangle_h} + 2 \cdot \overline{\langle u_y' u_z' \cdot \frac{\partial u_y^s}{\partial z} \rangle_h} + 2 \cdot \overline{\langle u_z' u_y' \cdot \frac{\partial u_z^s}{\partial y} \rangle_h} \\
& + \overline{\langle u_z' u_z' \cdot \frac{\partial u_z^s}{\partial z} \rangle_h} + \overline{\langle u_y' u_x' \cdot \frac{\partial u_y^s}{\partial x} \rangle_h} + \overline{\langle u_x' u_y' \cdot \frac{\partial u_x^s}{\partial y} \rangle_h}
\end{aligned} \right\} PTurb_T \\
& \left. - \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y'^2} \rangle_h}{\partial z \partial z} - \frac{1}{2} \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z'^2} \rangle_h}{\partial z \partial z} \right\} DM_T \\
& \left. \begin{aligned}
& + 2 \cdot \nu \cdot \overline{\langle \left(\frac{\partial u_y'}{\partial y} \right)^2 \rangle_h} + 2 \cdot \nu \cdot \overline{\langle \left(\frac{\partial u_y'}{\partial z} \right)^2 \rangle_h} + 2 \cdot \nu \cdot \overline{\langle \left(\frac{\partial u_z'}{\partial y} \right)^2 \rangle_h} \\
& + \nu \cdot \overline{\langle \left(\frac{\partial u_z'}{\partial z} \right)^2 \rangle_h} + \nu \cdot \overline{\langle \left(\frac{\partial u_x'}{\partial y} \right)^2 \rangle_h} + \nu \cdot \overline{\langle \left(\frac{\partial u_y'}{\partial x} \right)^2 \rangle_h}
\end{aligned} \right\} Diss_T \\
& \left. + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z' p'} \rangle_h}{\partial z} \right\} TP_T \\
& = \\
& 0
\end{aligned} \tag{18}$$

Ici encore, certains termes ne sont pas accessibles par notre technique de mesure. Par reste du bilan, nous obtiendrons donc la somme de ces termes que nous désignerons sous le terme de (*reste_T*).

2) Détermination pratique des grandeurs à partir de la mesure

2.1) Estimation statistique

En pratique, pour les nombres de Reynolds de sphère $Re_s = 119, 234, 450, 650$ et 845 nous avons réalisé une estimation de la moyenne $\langle \cdot \rangle_h$ à partir des mesures dans trois plans appartenant à la *région proche* et quatre plans dans la *région lointaine*. Pour les essais à $Re_s = 340$ et $Re_s = 1037$ nous avons augmenté le nombre de plans de mesure pour affiner la convergence statistique de la moyenne spatiale. Nous avons ainsi pris pour $Re_s = 340$ neuf plans dans la *région proche* et douze plans dans la *région lointaine*, et pour $Re_s = 1037$ nous avons fait des mesures dans onze plans de la *région proche* et treize plans de la *région lointaine*. Pour chaque plan on a enregistré environ 1000 images avec une fréquence d'enregistrement de $2Hz$. Donc, la moyenne temporelle $(\overline{\cdot})$ est réalisée sur les 1000 images.

Afin de démontrer la représentativité de la moyenne que nous avons introduite, nous avons jugé utile de montrer l'homogénéisation et la convergence statistique qui résultent des différentes étapes de calcul de la moyenne. Nous présentons pour cela une comparaison entre (i) un profil de mesure le long de l'axe y après moyenne temporelle dans un seul plan particulier (de type $\overline{u_i^S}(z = cste, y)$ ou $\overline{u_i'^2}(z = cste, y)$), et (ii) un profil de mesure le long de l'axe y obtenu en cumulant les informations dans différents plans (de type $\frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^{N_p} \overline{u_i^S}^{(k)}(z = cste, y)$ ou $\frac{1}{N_p} \sum_{k=1}^{N_p} \overline{u_i'^2}^{(k)}(z = cste, y)$ avec N_p le nombre de plans), et enfin (iii) la valeur moyenne finale $\langle \overline{u_i^S} \rangle_h(z = cste)$ (ou $\langle \overline{u_i'^2} \rangle_h(z = cste)$) obtenue en intégrant dans la direction y . Les figures 5.1 à 5.4, représentent les différentes grandeurs associées dans les deux régions d'écoulement, *proche* et *lointaine*.

En moyennant sur les différents plans les lignes correspondantes à une cote z fixée, les inhomogénéités spatiales sont fortement diminuées, et les forts gradients en y qui existent

dans un plan de mesure particulier deviennent négligeables dans les deux régions. Nous pouvons donc constater que notre moyenne converge bien qu'il est raisonnable de considérer que l'écoulement est statistiquement homogène dans la direction y .

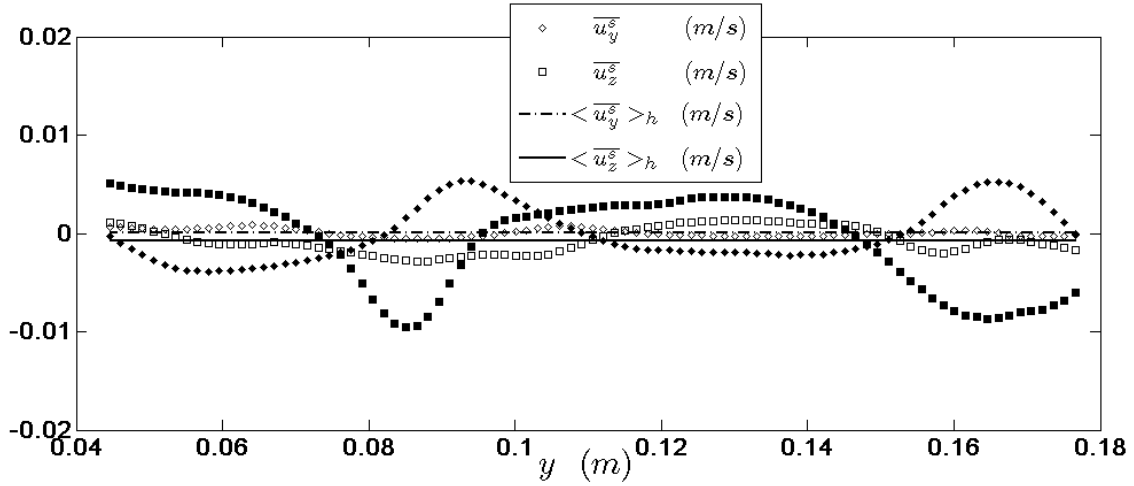


Figure 5.1 : Convergence statistique du calcul de la moyenne spatiale : Fluctuation spatiale. Profil horizontal dans la **région lointaine** à $2z/d = -2$, $Re_s = 1037$:

$$\blacklozenge \overline{u_y^S}, \blacksquare \overline{u_z^S}, \blacklozenge \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_y^S}(z=4d, y), \blacksquare \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_z^S}(z=4d, y) (N_p=13),$$

moyennes finales après intégration en y : $--- \langle \overline{u_y^S} \rangle_h, — \langle \overline{u_z^S} \rangle_h$

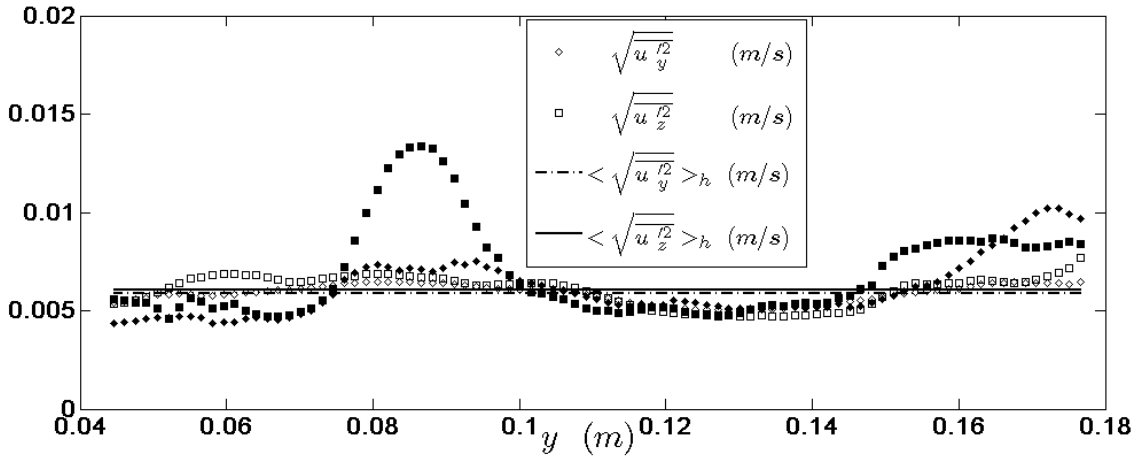


Figure 5.2 : Convergence statistique du calcul de la moyenne spatiale : écart-type des fluctuations temporelles. Profil horizontal dans la **région lointaine** à $2z/d = -2$,

$$Re_s = 1037 : \blacklozenge \overline{u_y^S}, \blacksquare \overline{u_z^S}, \blacklozenge \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_y^S}(z=4d, y), \blacksquare \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_z^S}(z=4d, y) (N_p=13),$$

moyennes finales après intégration en y : $--- \langle \overline{u_y^S} \rangle_h, — \langle \overline{u_z^S} \rangle_h$

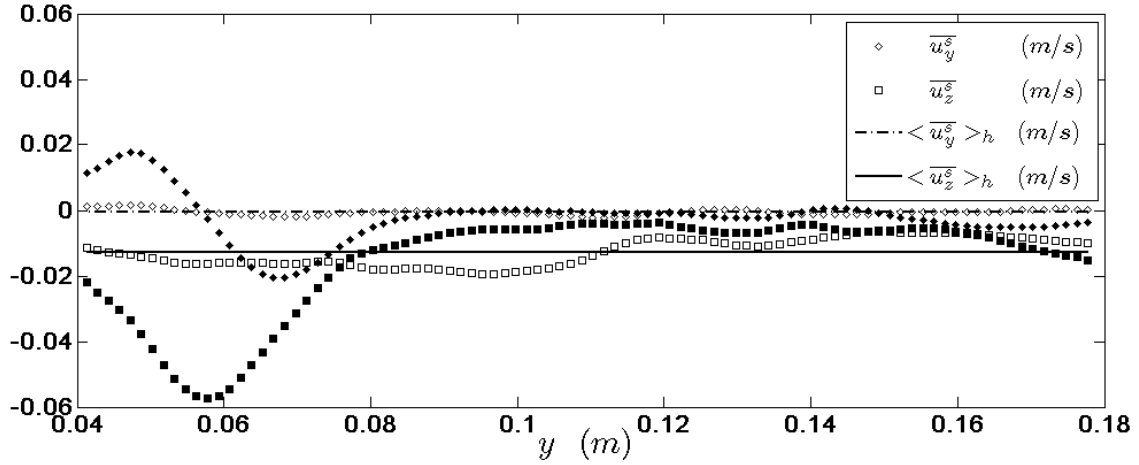


Figure 5.3 : Convergence statistique du calcul de la moyenne spatiale : Fluctuation spatiale. Profil horizontal dans la **région proche** à $2z/d = 3$, $Re_s = 1037$:

$$\blacklozenge \overline{u_y^s}, \blacksquare \overline{u_z^s}, \diamond \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_y^s}(z=1.5d, y), \square \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_z^s}(z=1.5d, y) \quad (N_p=13), \text{ moyennes finales après intégration en } y : \text{---} \langle \overline{u_y^s} \rangle_h, \text{---} \langle \overline{u_z^s} \rangle_h$$

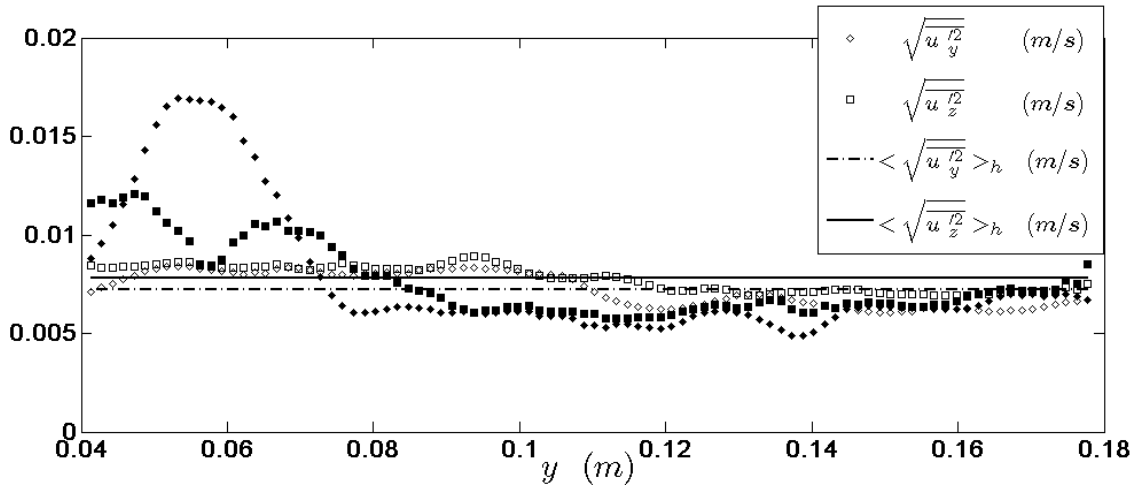


Figure 5.4 Convergence statistique du calcul de la moyenne spatiale : écart-type des fluctuations temporelles. Profil horizontal dans la **région proche** à $2z/d = 3$, $Re_s = 1037$:

$$\blacklozenge \overline{u_y^s}, \blacksquare \overline{u_z^s}, \diamond \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_y^s}(z=1.5d, y), \square \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} \overline{u_z^s}(z=1.5d, y) \quad (N_p=13), \text{ moyennes finales après intégration en } y : \text{---} \langle \overline{u_y^s} \rangle_h, \text{---} \langle \overline{u_z^s} \rangle_h$$

2.2) Vitesse débitante

Il y a une difficulté pour déterminer U la vitesse moyenne dans le réseau. Même si on connaît la vitesse débitante par le débitmètre, celle-ci ne représente pas exactement une vitesse moyenne de l'écoulement dans le canal, comme on l'a déjà vu dans le chapitre 1, à cause notamment de l'effet des couches limites qui se développent sur les parois du canal. Cette difficulté nous a amenée à examiner tout d'abord différentes définitions possibles d'une vitesse représentative de la moyenne dans le réseau. Ensuite, puisque la valeur de U rejaillit sur la définition de $\overline{u_z^S}$, nous allons présenter les précautions à prendre pour discuter les bilans d'énergie cinétique.

Au sein du réseau aléatoire on peut distinguer la vitesse moyenne U_p de la *région proche* et la vitesse moyenne U_l de la *région lointaine*.

$$U_p = \langle \overline{u_z} \rangle_p = \frac{1}{L_y} \int_{z_{p\min}}^{z_{p\max}} \langle \overline{u_z} \rangle_h(z) dz \quad \text{et} \quad U_l = \langle \overline{u_z} \rangle_l = \frac{1}{L_y} \int_{z_{l\min}}^{z_{l\max}} \langle \overline{u_z} \rangle_h(z) dz \quad (19)$$

Où $z_{p\min}$ et $z_{p\max}$ représentent les limites de la *région proche* et $z_{l\min}$ et $z_{l\max}$ celles de la *région lointaine*.

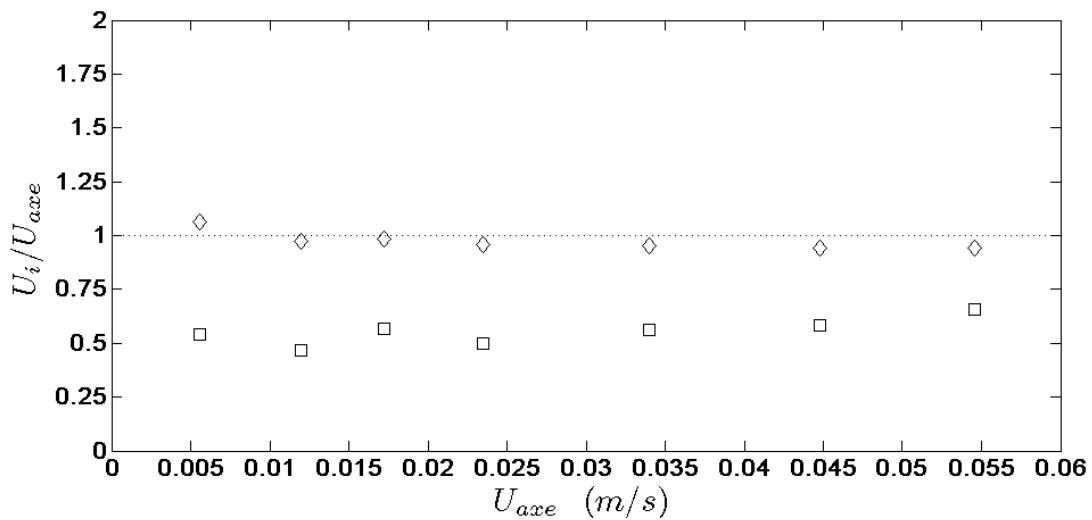


Figure 5.5: Vitesses moyennes dans les *régions proche et lointaine* ($\diamond : U_l / U_{axe}$, $\square : U_p / U_{axe}$).

Nous avons comparé les deux vitesses moyennes U_l et U_p obtenues par PIV, à la vitesse moyenne U_{axe} mesurée sur l'axe du canal vide à l'aide de la LDA. Dans la figure 5.5 on présente les rapports U_p / U_{axe} et U_l / U_{axe} en fonction de Re_s .

Dans la *région lointaine* la vitesse moyenne U_l diffère de moins de 6% de la vitesse moyenne U_{axe} , et dans la *région proche* cette différence peut atteindre 50% aux faibles nombres de Reynolds et 40% pour les grands nombres de Reynolds. Le débit dans la *région proche* est inférieur à celui dans l'ensemble du canal car une portion significative de cette région se situe dans le sillage proche de sphères où existe un important déficit de vitesse.

Dans la suite, la composante verticale de la vitesse débitante U qui sert de référence pour calculer la fluctuation de vitesse $\overline{u_z^s}$ (voir éq. 5) sera identifiée à U_l . (Dans les directions horizontales, la vitesse débitante sera bien sûr considérée nulle). Ceci implique en particulier, qu'une partie importante de la fluctuation spatiale $\overline{u_z^s}$ qui sera mesurée dans la *région proche* ne correspondra pas à une inhomogénéité spatiale interne à cette région, mais à son écart global avec l'ensemble de l'écoulement. Au contraire, dans la *région lointaine*, la fluctuation spatiale $\overline{u_z^s}$ correspondra aux inhomogénéités spatiales interne à cette région.

La vitesse débitante U étant en général assez grande par rapport aux fluctuations spatiales, une petite erreur sur la valeur de U peut avoir un impact significatif sur les valeurs des fluctuations spatiales. Pour mesurer cet impact sur les bilans de quantité de mouvement et d'énergie, on peut introduire une vitesse débitante V_p différente de U :

$$V_p = U + \varepsilon$$

La fluctuation spatiale verticale devient alors

$$\overline{u_{pz}^s} = \overline{u_z^s} - \varepsilon$$

En injectant ces nouvelles grandeurs dans le bilan de quantité de mouvement (13) on montre que seules les valeurs des termes (Adv_z) et (Ths_z) sont modifiés. Leur somme en revanche ne l'est pas. Il faudra donc se montrer prudent lorsqu'on comparera les rôles

respectifs de ces deux termes. Pour le reste, l'analyse des résultats sera indépendante de la valeur exacte retenue pour U . Pour ce qui concerne les équations bilans des énergies des fluctuations spatiales et temporelles (16, 18), tous les regroupements que nous avons faits, comme (Adv_s) ou (Adv_t) , sont indépendants de la définition de la vitesse débitante.

Ceci nous conduit à la réflexion générale qu'il n'est pas aisé de distinguer le rôle de la vitesse débitante et de celui de la fluctuation spatiale dans les bilans de quantité de mouvement et d'énergie.

2.3) Précision de l'estimation des termes des bilans

Pour analyser le poids des différents mécanismes intervenant dans les bilans de quantité de mouvement et d'énergie cinétique nous avons eu à évaluer des dérivées d'ordre 1 et 2 dans l'espace. Le calcul de la dérivée d'une grandeur $f(x_i)$ discrétisée dans l'espace avec un pas constant h , a été effectué en utilisant des différences finies centrées. On a calculé

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2 \cdot h} \quad \text{pour la dérivée première, et}$$

$$f''(x_i) = \frac{f(x_i + h) - 2 \cdot f(x_i) + f(x_i - h)}{h^2} \quad \text{pour la dérivée seconde.}$$

Dans notre cas, la grandeur $f(x_i)$ peut être soit la fluctuation spatiale $\overline{u_i^s}$ ou la fluctuation temporelle de la vitesse u_i' , soit encore une composante du tenseur de Reynolds spatial ou temporel, etc... Le pas h correspond à la taille des mailles du champ de vitesse PIV qui est de l'ordre du millimètre.

Dans les figures 5.6 à 5.9, à titre d'illustration, on présente des profils le long de l'axe y de $\overline{u_z^s}$ et u_z' , ainsi que leurs dérivées premières et secondes dans cette direction. Ces profils ont été prélevés à $2 \cdot z/d = -2,35$.

Les dérivées premières des signaux tracés dans les figures 5.6 et 5.8 bien que légèrement bruitées, sont bien estimées.

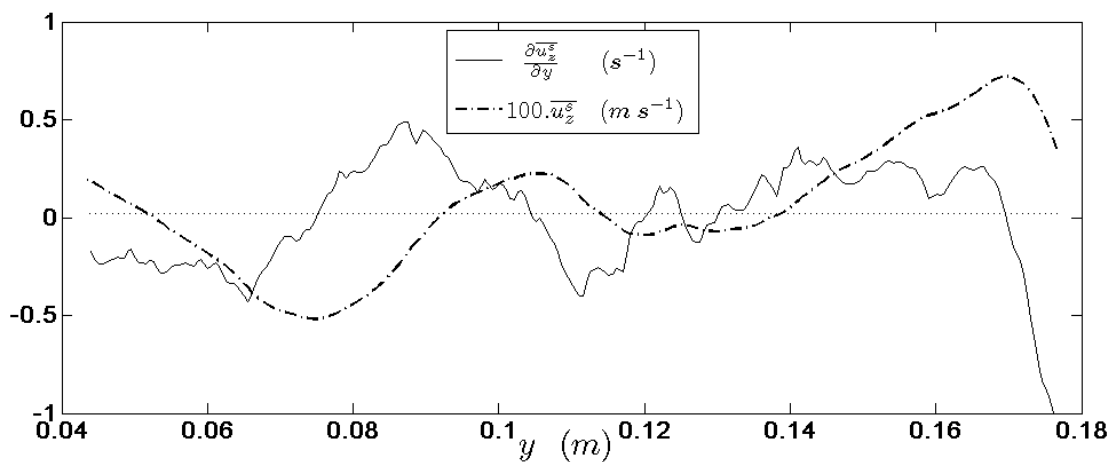


Figure 5.6 : Exemple de profil transversal de la fluctuation spatiale $\overline{u_z^s}(y)$ à $2 \cdot z/d = -2,35$ (région lointaine) et de sa dérivée première $\frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial y}$ avant moyenne entre les plans de mesure.

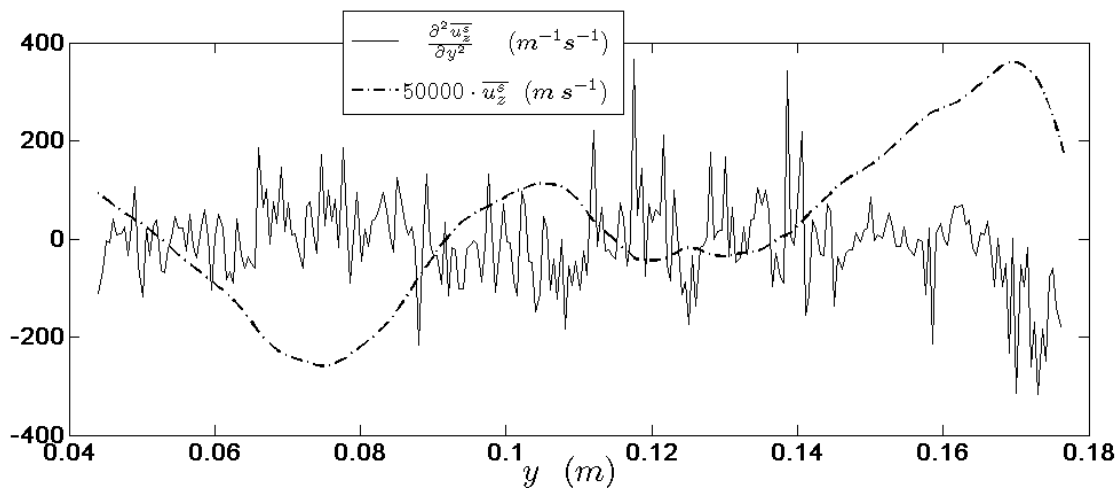


Figure 5.7 : Exemple de profil transversal de la fluctuation spatiale $\overline{u_z^s}(y)$ à $2 \cdot z/d = -2,35$ (région lointaine) et de sa dérivée seconde $\frac{\partial^2 \overline{u_z^s}}{\partial y^2}$ avant moyenne entre les plans de mesure.

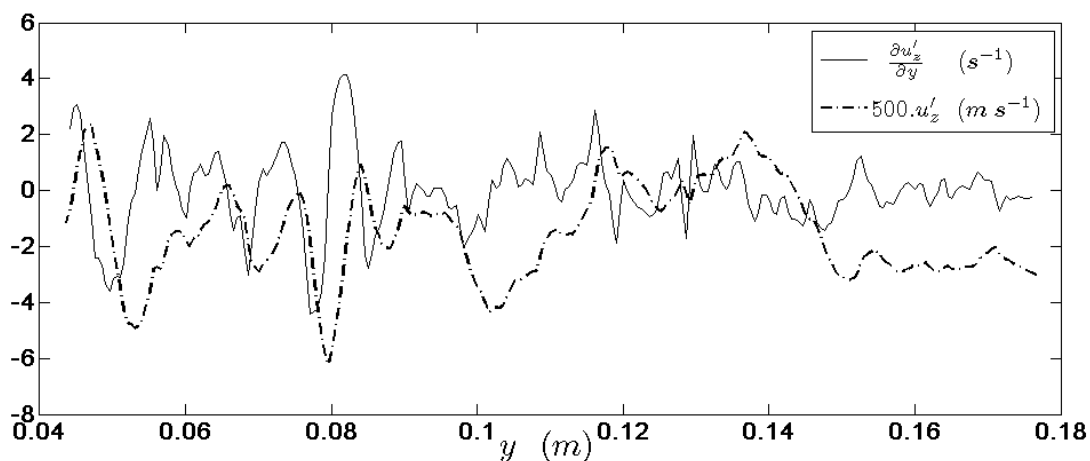


Figure 5.8 : Exemple de profil transversal de la fluctuation temporelle $u'_z(y)$ à $2 \cdot z/d = -2,35$ (*région lointaine*) et de sa dérivée première $\frac{\partial u'_z}{\partial y}$ avant moyenne entre les plans de mesure.

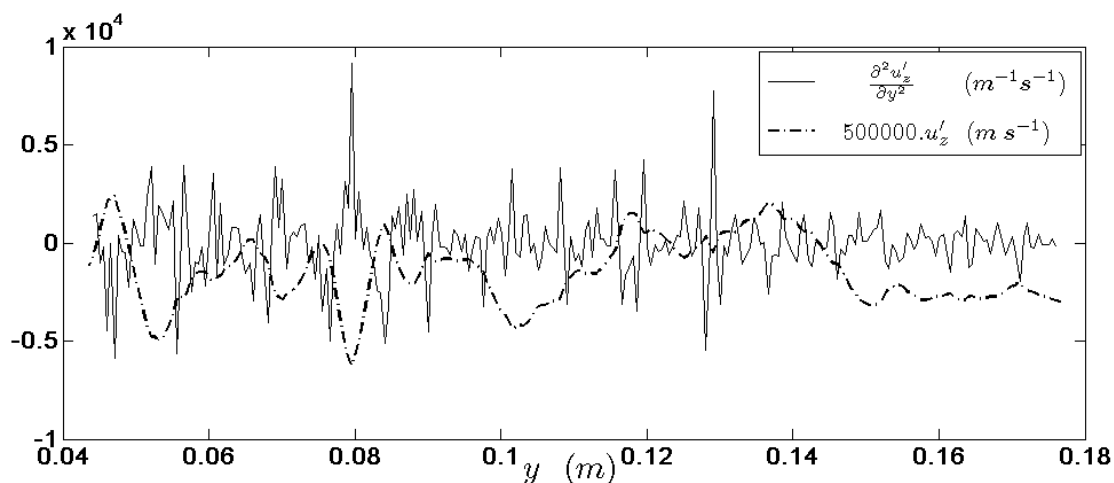


Figure 5.9 : Exemple de profil transversal de la fluctuation temporelle $u'_z(y)$ à $2 \cdot z/d = -2,35$ (*région lointaine*) et de sa dérivée première $\frac{\partial^2 u'_z}{\partial y^2}$ avant moyenne entre les plans de mesure.

La dérivée seconde est plus difficile à estimer. Et l'on constate bien sur les figures 5.7 et 5.9 que notre estimation de la dérivée seconde est bruitée. Les termes en dérivée seconde des équations sont associés aux mécanismes de diffusion par les effets moléculaires. Ils sont donc pondérés par rapport aux autres termes par la viscosité moléculaire. Afin de vérifier qu'ils restent négligeables par rapport aux autres termes il suffit de vérifier que leur ordre de grandeur est correctement estimé et qu'il reste faible. On a vérifié cela en comparant

localement le signal avec une parabole de type $u'_z - u'_z(y_0) = a \cdot (y - y_0)^2$, dont la constante a est donnée par la moitié de la dérivée seconde du signal. Dans la figure 5.10, on a tracé le signal, sa dérivée seconde et la parabole obtenue avec $a = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 u'_z(y_0)}{\partial y^2}$. On constate que l'ordre de grandeur de la dérivée seconde du signal nous permet de reconstruire localement un signal parabolique qui suit correctement le signal originel. On conclut que notre estimation de dérivée seconde ne sous-estime pas son ordre de grandeur et que nous serons fondés à négliger les termes de diffusion visqueuse dans la suite.

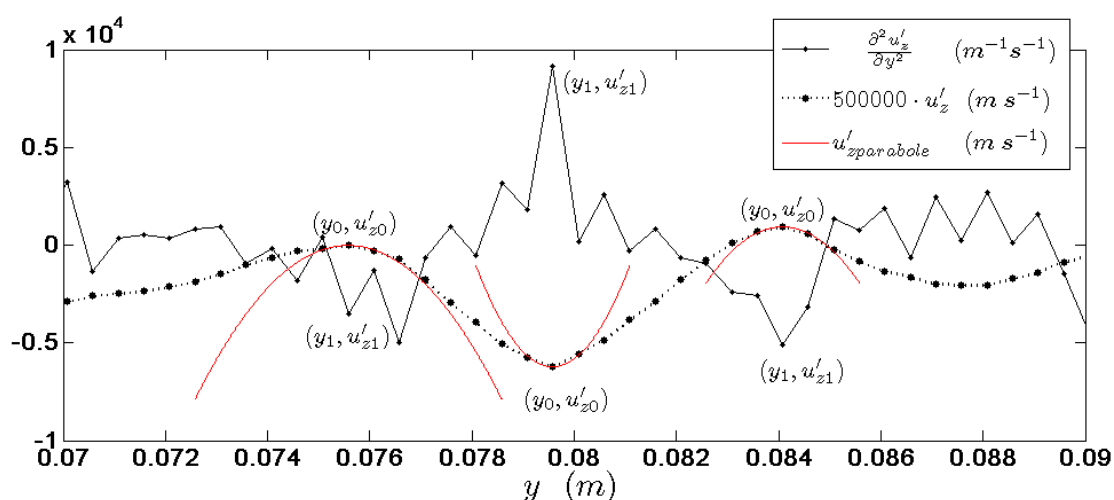


Figure 5.10 : Vérification de l'ordre de grandeur de la dérivée seconde on utilisant la fonction de la parabole $u'_{zparabole} = 500000 \cdot [1/2 \cdot \partial^2 u'_z(y_0)/\partial y^2 \cdot (y - y_0)^2 + u'_z(y_0)]$.

2.4) Validation des hypothèses

On a utilisé plusieurs hypothèses pour simplifier l'équation de quantité de mouvement ou les équations de l'énergie. Nous donnons ici quelques arguments qui permettent d'illustrer la solidité de ces hypothèses.

Premièrement, l'hypothèse consistant à considérer que la vitesse moyenne horizontale est nulle est justifiée comme on peut le voir sur la figure 5.11, où la vitesse moyenne transversale est entre 50 et 600 fois plus petite que la vitesse moyenne longitudinale mesurée dans la région lointaine.

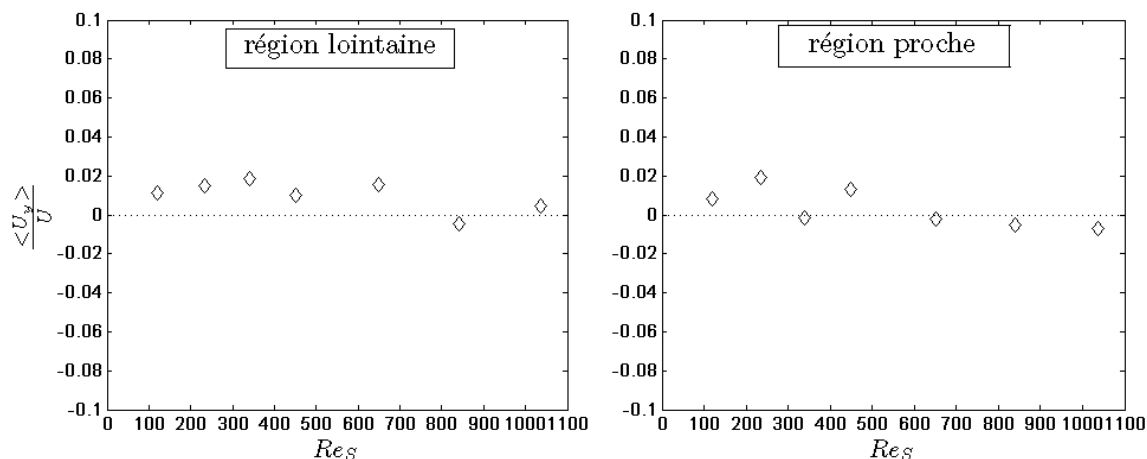


Figure 5.11 : Vitesse moyenne transversale dans les deux régions, *proche* et *lointaine*, normalisée par la vitesse moyenne longitudinale lointaine.

Deuxièmement, nous avons supposé l'homogénéité dans la direction transversale à l'écoulement, pour négliger les dérivées transversales ($\frac{\partial \cdot}{\partial x}$, $\frac{\partial \cdot}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 \cdot}{\partial x^2}$ et $\frac{\partial^2 \cdot}{\partial y^2}$) de tous les moments. L'homogénéité de l'écoulement dans la direction transversale y est illustrée sur la figure 5.12, où on a tracé, pour la *région lointaine*, l'évolution du terme $\partial(\overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s})/\partial y$ normalisé par U^2/d , le long d'une ligne horizontale et sa moyenne sur cette ligne $\langle \partial(\overline{u_z^s} \cdot \overline{u_y^s})/\partial y \rangle_h$. On trouve bien au final que cette dernière est nulle.

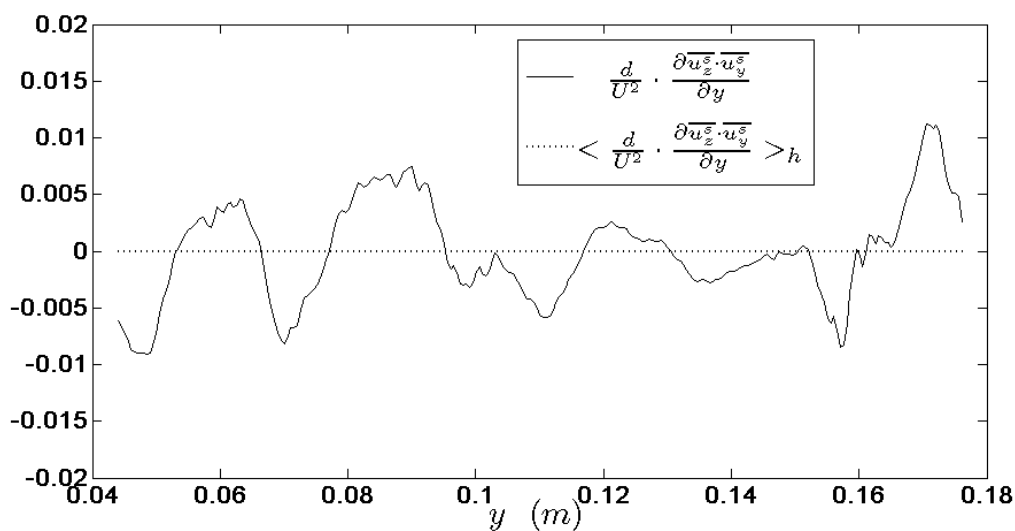


Figure 5.12 : Illustration de l'homogénéité moyenne de l'écoulement dans la direction transversale à partir du profil horizontal d'un terme du bilan de quantité de mouvement. ($2 \cdot z/d = -2,35$, $Re_S = 1037$).

Enfin, nous avons supposé l'isotropie dans le plan horizontal pour négliger tous les moments impairs en u_y . Dans la figure 5.13, on a présenté l'évolution selon la direction y de $\partial (\overline{u'_y \cdot u'_z}) / \partial z$ et sa moyenne $\langle \partial (\overline{u'_y \cdot u'_z}) / \partial z \rangle_h$ calculée dans la *région lointaine*. Comme nous pouvons le constater sur la figure 5.13, ce terme est bien nul et ne contribue donc pas au bilan de quantité de mouvement.

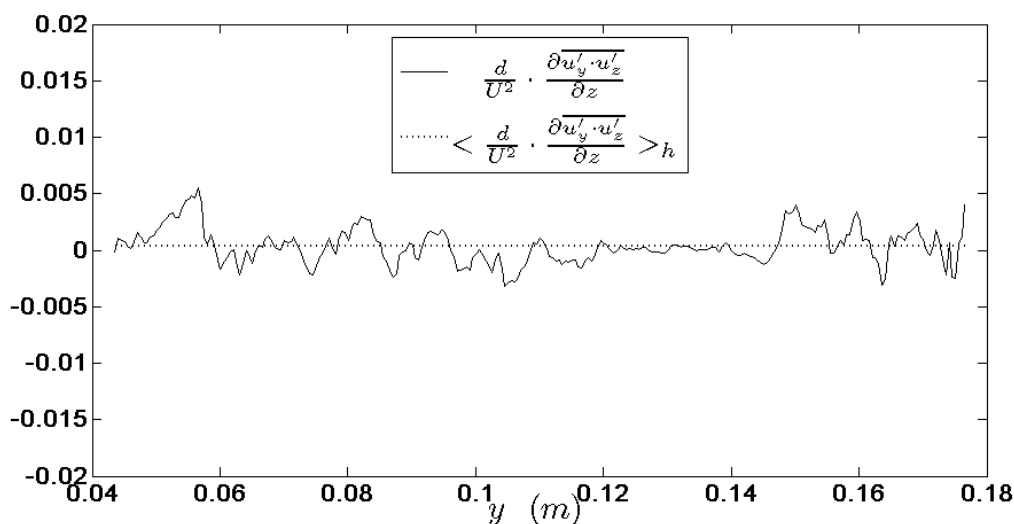


Figure 5.13 : Illustration de l'isotropie dans le plan horizontal à partir du profil horizontal d'un terme du bilan de quantité de mouvement. ($2 \cdot z/d = -2,35$, $Re_s = 1037$).

3) Evolution longitudinale de l'écoulement

Nous décrivons dans ce paragraphe les évolutions longitudinales des diverses grandeurs caractérisant l'écoulement en fonction de la cote longitudinale z dans les *régions proche* et *lointaine*. Dans la suite toutes les grandeurs seront adimensionnées en utilisant la vitesse débitante U et le diamètre des sphères d .

3.1) Evolution des différents moments

Avant l'étude des bilans de quantité de mouvement et d'énergie, il est essentiel d'étudier les évolutions des différents moments avec la position longitudinale et le nombre de Reynolds.

a) Fluctuation spatiale

Sur la figure 5.14 on présente l'évolution longitudinale de la fluctuation spatiale moyenne $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$. On rappelle que la position $z/d = 0$ correspond à la position de la tige de maintien de sphères. Les $z/d < 0$ correspondent à la *région lointaine* qui se trouve en amont des sphères, et $z/d > 0$ correspond à la *région proche* qui se trouve en aval des sphères.

Dans la *région proche*, l'effet des sillages se fait sentir et $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$ est négative. Cet effet est cependant atténué lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds. Lorsque z croît, on s'éloigne des sphères et $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$ augmente. Dans la *région lointaine*, $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$ est nettement positif en amont des sphères pour devenir négatif à l'approche de celles-ci. Dans les deux régions, un gradient vertical de vitesse significatif est donc présent, positif pour la *région proche* et négatif pour la *région lointaine*. Ceci montre bien que l'homogénéité spatiale générale du réseau résulte en fait de la juxtaposition de régions fortement inhomogènes.

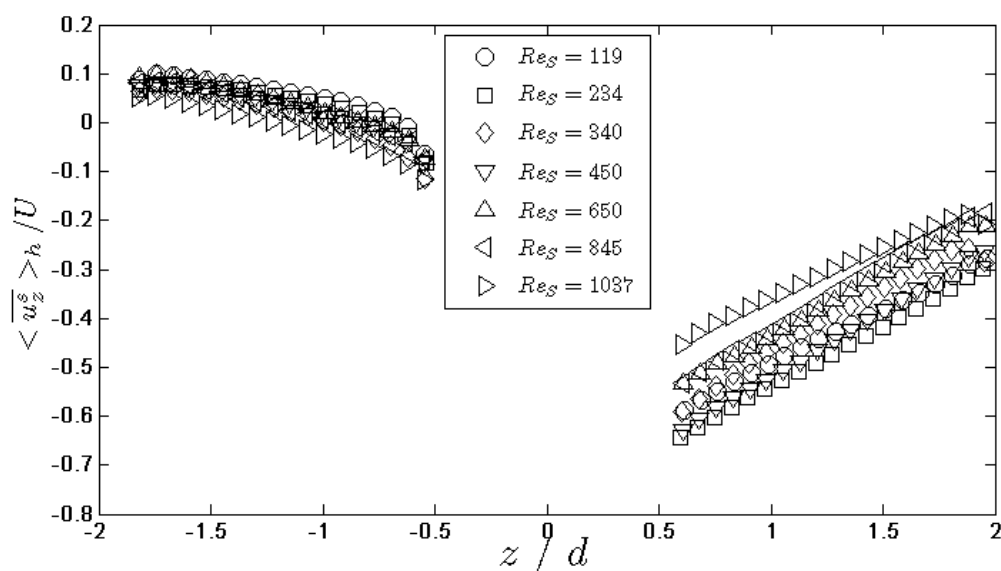
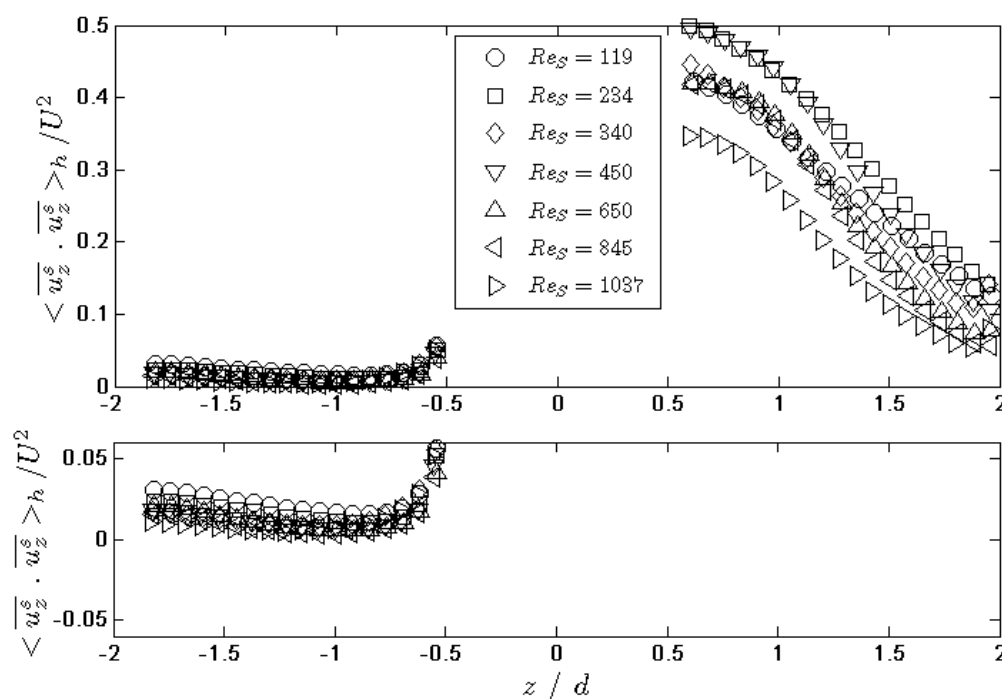


Figure 5.14 : Evolution longitudinale de la fluctuation spatiale $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$ dans la *région lointaine* ($z < 0$) et dans la *région proche* ($z > 0$).

b) Tenseurs de Reynolds spatial et temporel

Les figures 5.15 et 5.16 montrent l'évolution des deux tenseurs de Reynolds des hétérogénéités spatiales $\langle \overline{u_i^S} \cdot \overline{u_j^S} \rangle_h$ et des fluctuations temporelles $\langle \overline{u_i^S} \overline{u_j^S} \rangle_h$.

Concernant les fluctuations spatiales (Fig. 5.16), seule la composante verticale $\langle \overline{u_z^S}^2 \rangle_h$ est non nulle. Si le fait que la corrélation croisée $\langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_z^S} \rangle_h$ soit nulle ne fait que confirmer l'isotropie dans le plan horizontal ; le caractère négligeable de la composante horizontale $\langle \overline{u_y^S}^2 \rangle_h$, montre que les inhomogénéités spatiales induites par la présence des sphères sont orientées dans la direction de l'écoulement. L'évolution de $\langle \overline{u_z^S}^2 \rangle_h$ dans la *région proche* confirme ce que montrait celle de $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$: l'écart à la vitesse débitante est plus grand près des sphères et diminue avec le nombre de Reynolds. Dans la *région lointaine*, le résultat est plus surprenant puisque $\langle \overline{u_z^S}^2 \rangle_h$ prend une valeur presque constante, indiquant qu'on aboutit à une certaine homogénéité de cette partie de l'énergie spatiale alors que $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$ présentait un gradient marqué.



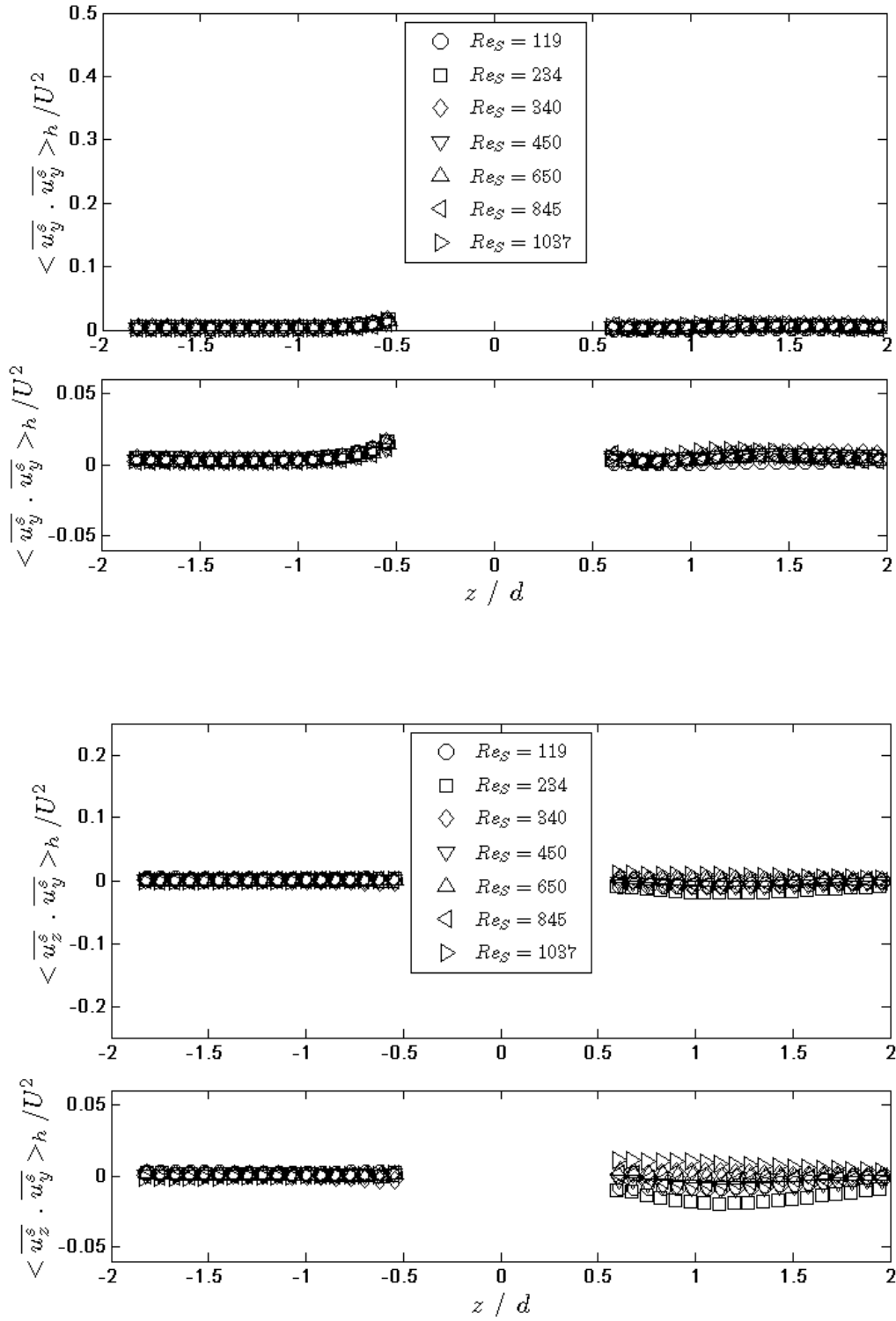
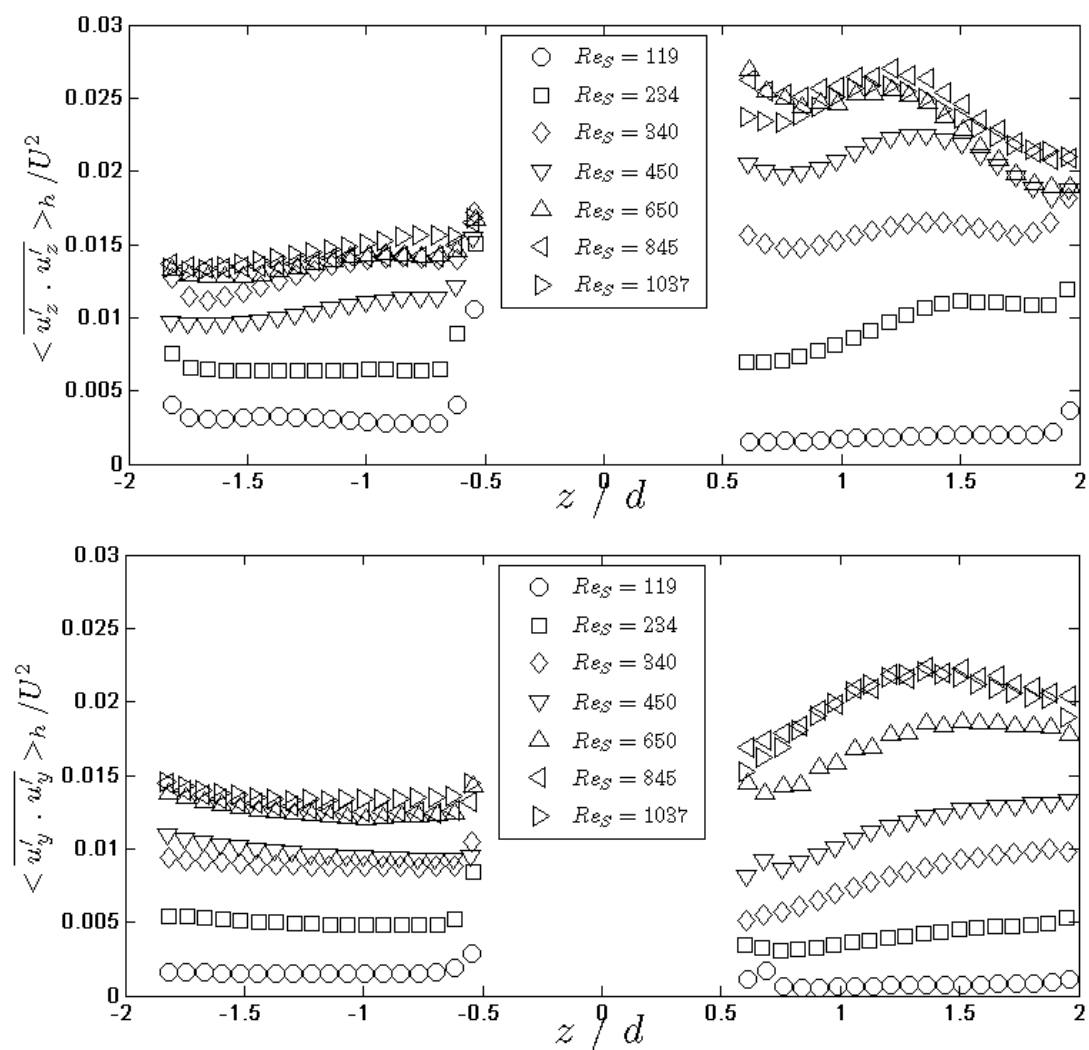


Figure 5.15 : Evolution longitudinale du tenseur de Reynolds spatial $\langle \overline{u_i^S} \cdot \overline{u_j^S} \rangle_h$ dans la *région proche* ($z > 0$) et dans la *région lointaine* ($z < 0$).

La figure 5.16 présente le tenseur de Reynolds des fluctuations temporelles $\langle \overline{u_i^S} \cdot \overline{u_j^S} \rangle_h$.

Si la nullité de la contrainte de cisaillement $\langle \overline{u_Y} \cdot \overline{u_Z} \rangle_h$ ne confirme encore une fois que l'isotropie dans le plan horizontal, les deux contraintes normales montrent un comportement

très différent de celui observé pour les fluctuations spatiales. Dans la *région proche*, les variances verticale $\langle \overline{u_z'^2} \rangle_h$ et horizontale $\langle \overline{u_y'^2} \rangle_h$ ont des valeurs proches qui augmentent lorsque le nombre de Reynolds croît de 119 à 845 pour devenir insensibles à Re_s au-delà. De plus, les évolutions de $\langle \overline{u_z'^2} \rangle_h$ et $\langle \overline{u_y'^2} \rangle_h$ y sont beaucoup moins marquées que celle de $\langle \overline{u_z^s} \rangle_h$. Dans la *région lointaine*, les variances sont du même ordre de grandeur et ont une évolution analogue avec Re_s que dans la *région proche*. Le seul caractère commun avec le tenseur de Reynolds spatial est que l'on retrouve des profils plats qui suggèrent encore que les fluctuations ont atteint un état d'équilibre bien que cette région soit le siège d'un gradient significatif de $\langle \overline{u_z^s} \rangle_h$.



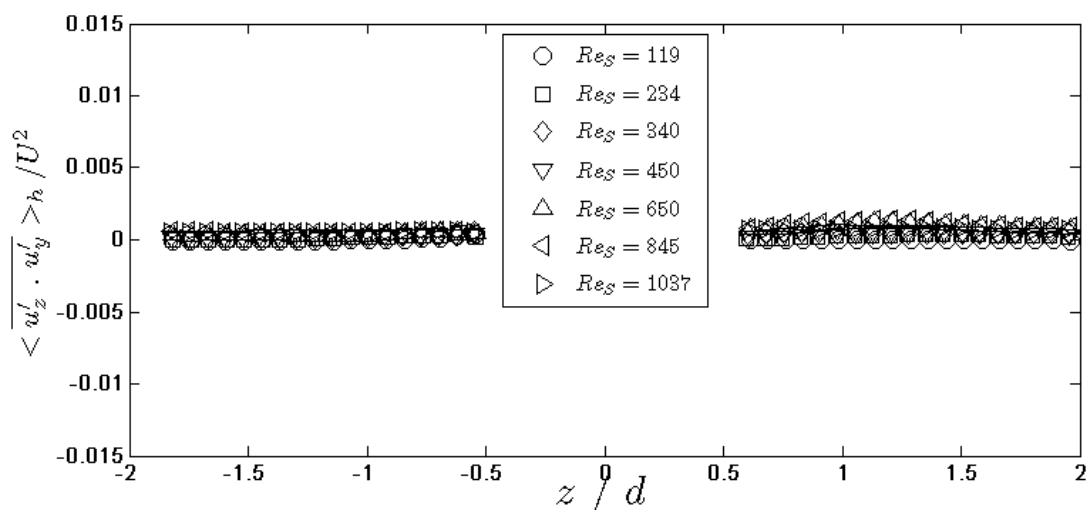


Figure 5.16 : Evolution longitudinale du tenseur de Reynolds temporel $\langle u'_i \cdot u'_j \rangle_h$ dans la région proche ($z > 0$) et dans la région lointaine ($z < 0$) des sphères.

3.2) Quantification du bilan de quantité de mouvement

Nous avons déterminé tous les termes du bilan de quantité de mouvement décrit par l'équation (13). Les termes correspondant au tenseur de Reynolds temporel (F_{turb_z}) et aux frottements visqueux (F_{visc_z}) sont totalement négligeables par rapports aux autres. Le bilan est donc régi par l'équilibre entre l'advection (Adv_z), la contrainte de Reynolds spatiale (Ths_z) et le gradient de pression (FP_z). L'évolution de ces trois termes est tracée sur la figure 5.17. Les comportements de (Adv_z) et (Ths_z) se déduisent évidemment de ceux de $\langle \overline{u_z^S} \rangle_h$ et $\langle \overline{u_z^{S^2}} \rangle_h$ décrits précédemment. L'intérêt de ce bilan de quantité de mouvement est donc surtout d'observer l'évolution du gradient de pression (FP_z). Dans la zone de recirculation qui existe à l'aval des sphères, la pression est minimale. Lorsqu'on s'éloigne des sphères vers l'aval, la pression doit donc augmenter. On n'est donc pas étonné de voir que le gradient de pression est positif dans la région proche ($z > 0$) à part dans une petite région située très près des sphères. La pression pousse donc le fluide vers les sphères alors que celui-ci est pourtant accéléré vers l'aval ($Adv_z > 0$). Ceci est possible car la contrainte de Reynolds $\langle \overline{u_z^{S^2}} \rangle_h$ diminue lorsqu'on s'éloigne des sphères ($Ths_z < 0$). On observe donc que la fluctuation spatiale, qui est maximale dans la région située dans l'aval immédiat des sphères, diminue avec z et cause une recompression de l'écoulement. Dans la région

lointaine la contrainte de Reynolds spatiale ne joue plus de rôle significatif et l'on observe que la recompression qui se poursuit ($FP_z > 0$) est compensée maintenant par une décélération du fluide ($Adv_z < 0$).

Le gradient de pression est donc positif dans la plus grande partie du volume de l'écoulement. Ceci pourrait sembler paradoxal si l'on considère que la pression moyenne doit diminuer dans la direction de l'écoulement puisque le frottement sur les sphères s'oppose à celui-ci. En fait, on voit que la perte de pression causée par les sphères est localisée dans le voisinage proche de celles-ci. Hors de ce voisinage, la pression augmente, cette augmentation étant compensée par la diminution de la contrainte normale du tenseur de Reynolds spatial dans le sillage des sphères et par la décélération de l'écoulement ailleurs.

Il est aussi important de retenir que les fluctuations temporelles, et donc la turbulence, ne jouent pas de rôle significatif dans ce bilan.

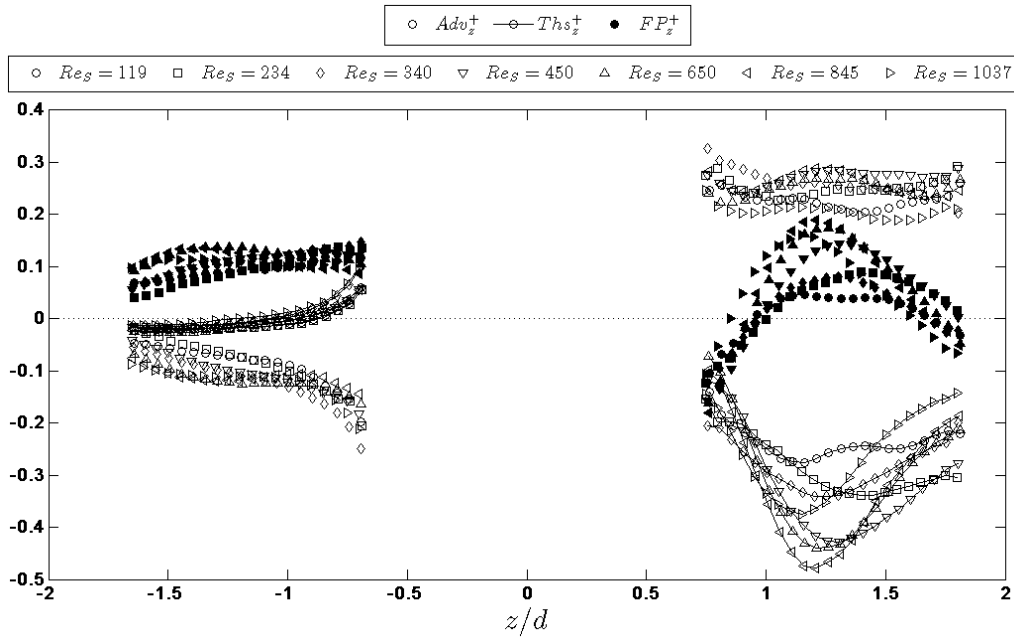


Figure 5.17 : Evolution longitudinale du bilan de quantité de mouvement ($Ths_z^+ = Ths_z \cdot d / U^2$ et $Adv_z^+ = Adv_z \cdot d / U^2$: symboles clairs avec et sans trait ; $FP_z^+ = FP_z \cdot d / U^2$: symboles pleins).

3.3) Quantification des bilans d'énergie

a) Energie cinétique spatiale

Le bilan d'énergie cinétique des fluctuations spatiales donne un point de vue complémentaire du bilan de quantité de mouvement. On constate, comme on pouvait s'y attendre, que les termes d'interaction avec les fluctuations temporelles $Dturb_s$ et $Pturb_s$ y jouent un rôle négligeable. D'autre part, aux échelles spatiales concernées par les inhomogénéités spatiales, les termes de diffusion (DM_s) et de dissipation ($Diss_s$) sont aussi négligeables. On notera que dans ces conditions le terme $reste_s$ calculé à partir du bilan s'identifie exactement à TP_s . L'équilibre s'établit donc entre le transport (par la vitesse débitante ou les inhomogénéités spatiales) Adv_s et le transport par la pression TP_s . La figure 5.18 présente l'évolution longitudinale de ces deux termes. Dans la *région proche* (sauf très près des sphères) comme dans la *région lointaine* Adv_s est négatif et correspond donc à un transport d'énergie vers l'amont tandis que TP_s est positif et traduit un transport vers l'aval. Par ailleurs, si l'évolution de ces termes est non-monotone et paraît assez complexe dans la *région proche*, on observe dans la *région lointaine* un équilibre indépendant de z .

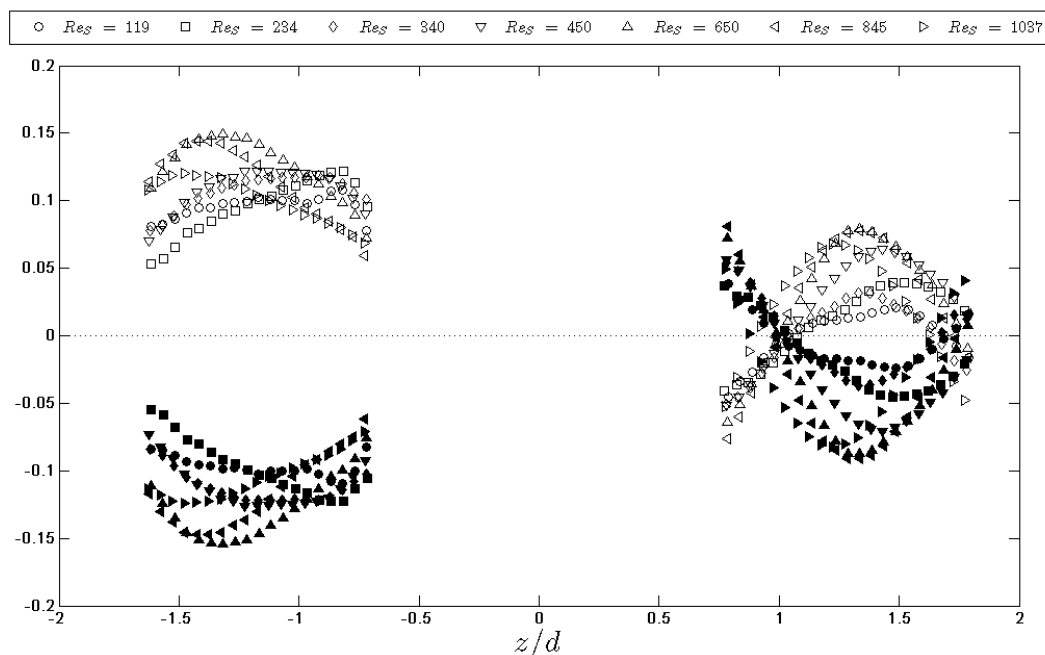


Figure 5.18 : Évolution longitudinale du bilan d'énergie cinétique spatiale
($Adv_s^+ = Adv_s \cdot d / U^3$: symboles pleins ; $TP_s^+ = TP_s \cdot d / U^3$: symboles clairs).

b) Energie cinétique temporelle

Nous allons maintenant étudier le bilan de l'énergie cinétique des fluctuations temporelles en analysant l'évolution spatiale des différents termes de l'équation (18). Les termes de diffusion turbulente $DTurb_T$ et de diffusion moléculaire DM_T sont d'un ordre de grandeur inférieurs aux autres et seront donc ignorés ici. Parmi les autres termes, il faut noter que, rigoureusement parlant, la production turbulente $PTurb_T$ mesurée ne comprend pas les deux parties soulignées en double trait dans l'éq. (18). Cependant, ces termes-là faisant intervenir des corrélations entre les deux composantes horizontales u'_x et u'_y des fluctuations, il est raisonnable de les négliger. Nous interpréterons donc la valeur mesurée de $PTurb_T$ comme si elle était complète. Le terme de dissipation mesuré $Diss_T$ n'est pas non plus complet. En l'absence d'argument solide pour estimer les morceaux manquants, nous supposons aussi que la valeur mesurée est significative. On remarquera simplement que si toutes les parties de $Diss_T$ sont du même ordre que $\nu < \overline{(\frac{\partial u'_y}{\partial y})^2} >_h$, l'erreur commise serait de l'ordre de $2/9$, soit environ 20%. Ces hypothèses nous conduisent naturellement à interpréter le reste du bilan $reste_T$ comme étant le terme de transport par la pression TP_T .

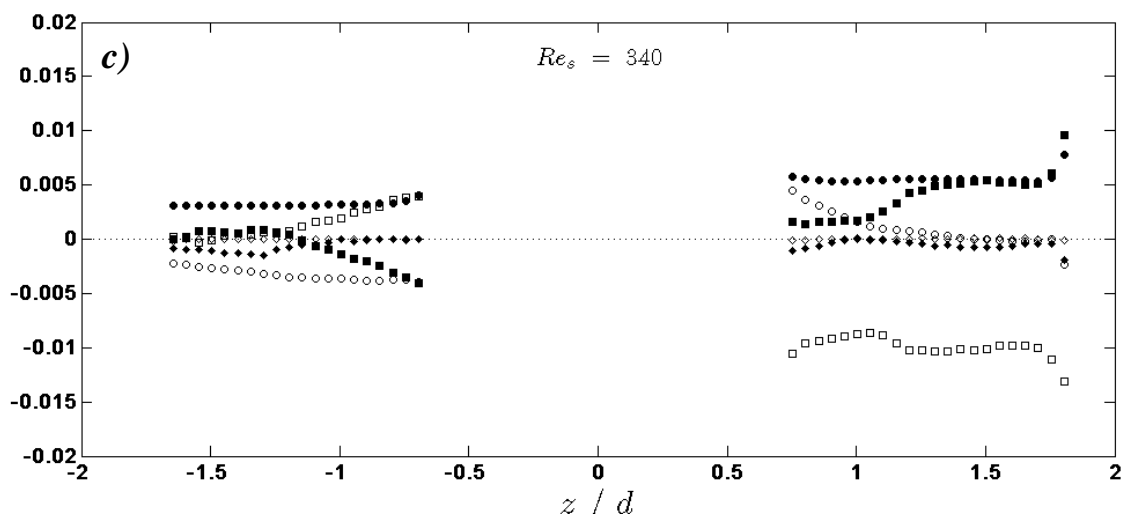
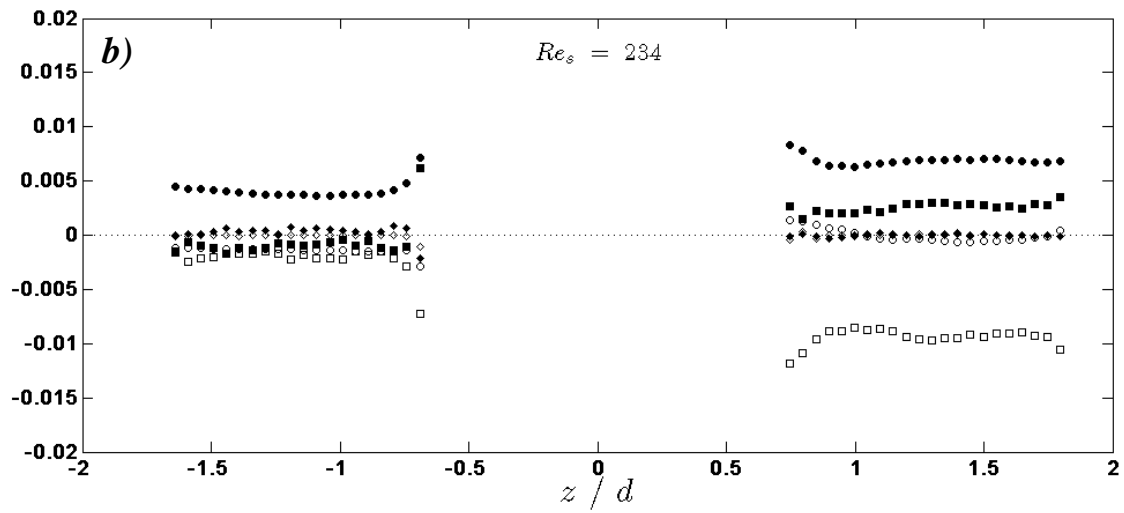
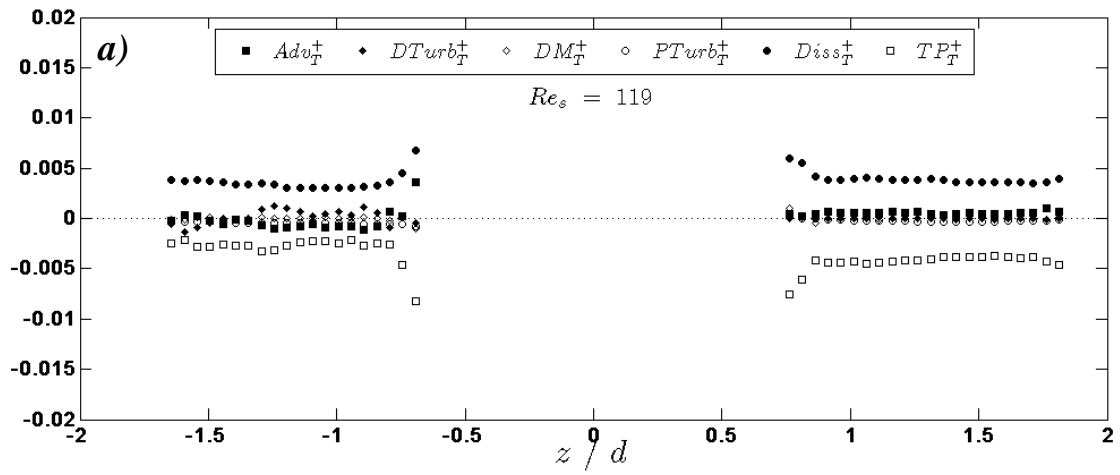
Pour analyser les résultats, il va falloir garder à l'esprit que les fluctuations temporelles peuvent avoir trois origines principales différentes : la turbulence incidente qui existe en amont du réseau, celle produite aux parois de la conduite et celle produite par l'instabilité des couches limites et sillages des sphères. (Notre canal étant trop court pour permettre aux couches limites sur les parois du canal de se développer suffisamment pour influencer la partie centrale de l'écoulement, nous ne considérons pas la turbulence produite aux parois du canal.).

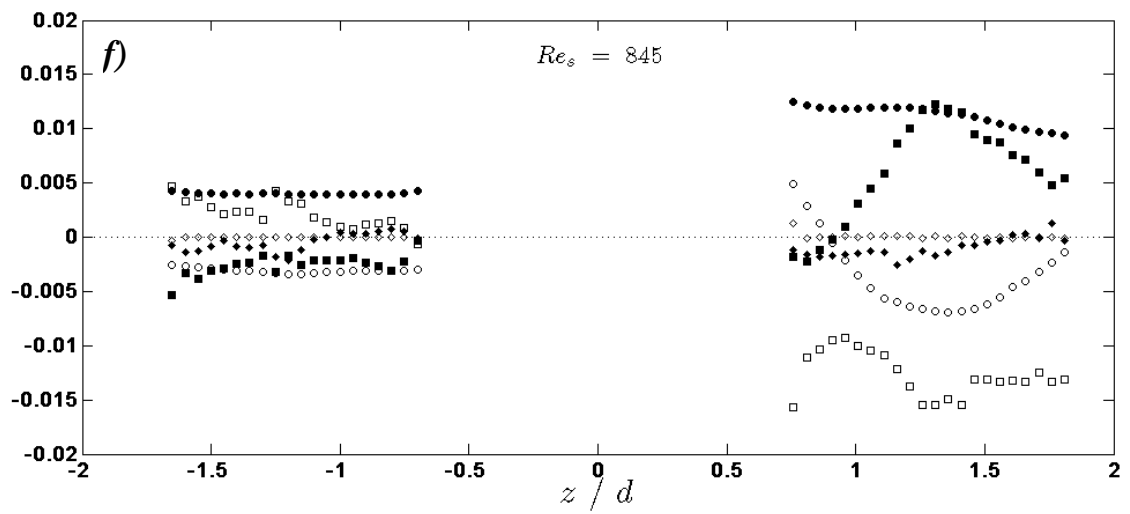
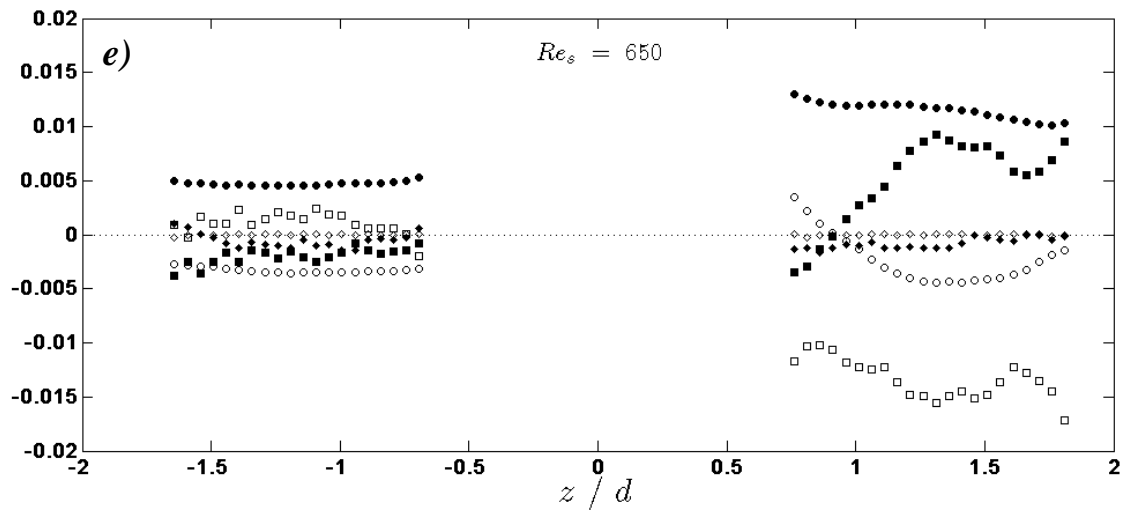
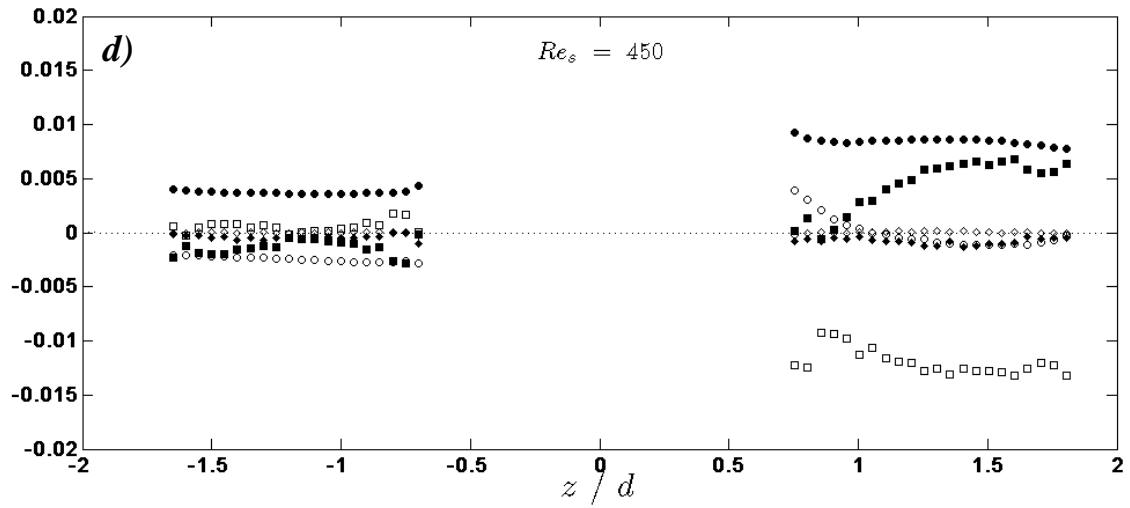
La figure 5.19a-f présente les évolutions longitudinales des termes Adv_T , $PTurb_T$, $Diss_T$ et TP_T pour chacun des nombres de Reynolds considérés.

Au plus petit nombre de Reynolds ($Re_s = 119$), on constate que le bilan d'énergie se réduit, dans la *région proche* comme dans la *région lointaine*, à deux termes : la dissipation $Diss_T$ et le transport par la pression TP_T . L'absence de production ($PTurb_T$) exclut que les

fluctuations soient produites dans le sillage des sphères, ce qui n'est pas étonnant puisque nous nous attendons à ce que le sillage soit laminaire à ce nombre de Reynolds. Elle exclut aussi qu'elles proviennent d'instabilités résultant d'interactions à plus grande échelle entre les sillages. Il semble donc raisonnable de considérer qu'elles proviennent de l'amont du réseau. Mais si le réseau ne produit pas l'énergie des fluctuations, la présence des sphères distord certainement cette turbulence dont on a vu qu'elle n'était pas isotrope contrairement à la turbulence incidente. Hors du voisinage immédiat des sphères qui n'a été mesuré, on se retrouve alors avec un équilibre entre dissipation et transport par la pression. Cet équilibre apparaît indépendant de z dans chacune des régions *proche* et *lointaine*, l'influence des sphères se faisant sentir dans la différence entre l'énergie des fluctuations et donc le niveau de la dissipation entre les deux régions.

Lorsque on augmente le nombre de Reynolds, on voit d'abord que la distribution longitudinale des fluctuations (Fig. 5.17) devient de moins en moins uniforme. En conséquence le terme d'advection commence à jouer un rôle significatif dès $Re_s = 234$, son influence allant ensuite grandissant lorsqu'on continue d'augmenter Re_s . A partir de $Re_s = 340$, le terme de production commence à devenir significatif dans la *région lointaine* où il égale alors en valeur absolue la dissipation. $PTurb_T$ continue cependant de jouer un rôle négligeable dans la *région proche*, sauf dans le voisinage très proche des sphères qui comprend la zone de sillage attaché. Pour des nombres de Reynolds compris entre environ 340 et 450, la turbulence produite dans le réseau ne l'est pas dans le voisinage des sphères. Cela suggère qu'elle résulte d'une déstabilisation de l'écoulement dont la dynamique est maîtrisée par l'interaction de plusieurs sillages. A partir de $Re_s = 650$, la production devient importante dans la *région proche*. Aux grands nombres de Reynolds, le bilan dans la *région proche* contrebalance la dissipation et l'advection par la production et le transport par la pression, les quatre termes étant d'ordre de grandeurs comparables. Dans la *région lointaine*, c'est l'advection et la production qui s'associent pour contrebalancer le transport par la pression et la dissipation. Par ailleurs, il est remarquable que, quel que soit le nombre de Reynolds, la dissipation et le transport par le gradient de pression soit du même ordre et de signe opposé dans la *région proche*.





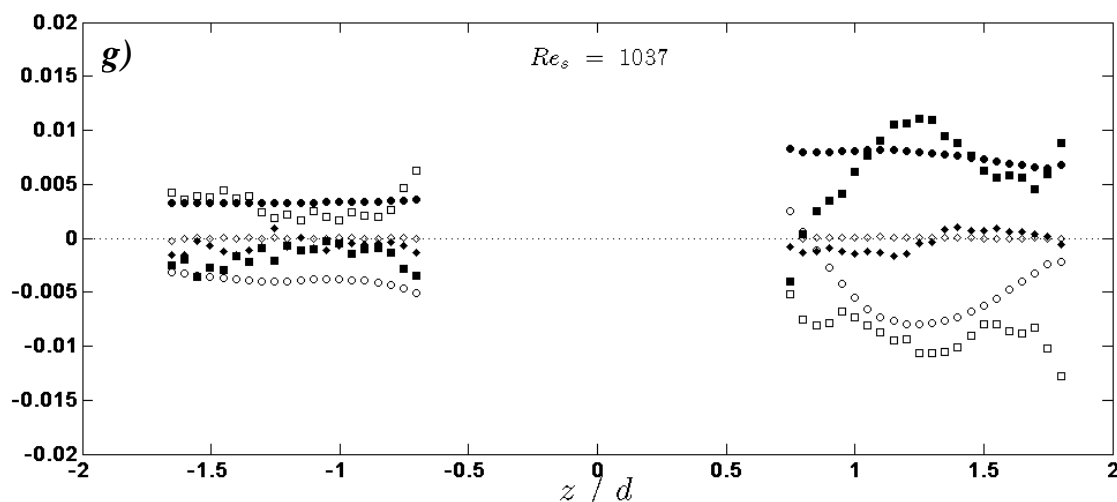


Figure 5.19 : Évolution longitudinale du bilan d'énergie temporelle.

■ Adv_T , ○ $PTurb_T$, ◆ $DTurb_T$, ◇ DM_T , □ $Diss_T$ et □ TP_T normés par U^3/d .

4) Description globale de la *région proche* et de la *région lointaine*

Nous venons de voir que les évolutions longitudinales des différents moments statistiques maîtrisaient la dynamique de l'écoulement dans le réseau. Il était donc bien indispensable d'étudier les évolutions des différentes grandeurs avec la direction z . Cependant, nous avons aussi remarqué que les bilans au sein de la *région proche* et de la *région lointaine* permettaient de dégager des tendances générales concernant chacune d'elles. En particulier, les valeurs relatives des termes des bilans de quantité de mouvement et d'énergie apparaissent indépendants de z dans la *région lointaine*. Il semble donc pertinent de franchir une étape supplémentaire vers une vision plus homogénéisée de l'écoulement dans le réseau. Pour ce faire, nous allons maintenant effectuer la moyenne dans la direction verticale de toutes les grandeurs précédemment obtenues par moyenne spatiale $\langle . \rangle_h$. Cette moyenne sera restreinte à chaque région. Ainsi nous obtiendrons la moyenne spatiale dans la *région proche* $\langle . \rangle_p$ et la moyenne spatiale dans la *région lointaine* $\langle . \rangle_l$. Par commodité, nous omettrons l'indice l ou p lorsque aucune ambiguïté ne sera possible quant à la région concernée.

Dans cette partie nous allons d'abord proposer une vue plus synthétique des grands équilibres qui régissent les bilans de quantité de mouvement et d'énergie et mettre mieux en évidence le rôle du nombre de Reynolds. Ensuite, nous approfondirons l'analyse en considérant les densités de probabilités et les densités spectrales des fluctuations de vitesses dans chacun des deux types de régions.

4-1/ Evolution des moments avec le nombre de Reynolds

La figure 5.20 présente l'évolution du tenseur de Reynolds spatial $\langle \overline{u_i^s} \cdot \overline{u_j^s} \rangle$ en fonction du nombre de Reynolds pour les deux régions. Les deux sous-figures du haut montrent que la composante verticale $\langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_z^s} \rangle$ dans la *région proche* domine les autres. Ce sont bien les déficits de vitesses causés par les sillages qui sont la cause majeure des fluctuations spatiales. On remarque d'ailleurs que $\langle \overline{u_z^s} \cdot \overline{u_z^s} \rangle$ diminue légèrement avec le Reynolds, ce qui pourrait correspondre à une atténuation des sillages. Les deux sous-figures du bas sont un agrandissement de celles du haut pour permettre la lecture des autres termes. On y voit que dans la *région lointaine*, la composante verticale suit une évolution semblable à son homologue dans la *région proche*, c'est-à-dire qu'elle décroît avec Re_s jusqu'à atteindre un plateau pour $Re_s \geq 450$. La composante horizontale suit elle aussi la même tendance dans les deux régions, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas de Re_s . Pour mettre en évidence l'anisotropie des fluctuations spatiales, la figure 5.21 présente les rapports $\sqrt{\langle \overline{u_y^s}^2 \rangle} / \sqrt{\langle \overline{u_z^s}^2 \rangle}$ pour les deux régions. On voit que si la composante verticale domine la composante horizontale d'un ordre de grandeur dans la *région proche*, elle domine encore dans la *région lointaine* d'environ un rapport 2. Lorsque Re_s augmente, ces rapports se rapprochent comme $\langle \overline{u_z^s}^2 \rangle$ diminue.

La figure 5.22 présente l'évolution du tenseur de Reynolds temporel. L'énergie des fluctuations est supérieure dans la *zone proche*. Cependant, dans la *région proche* comme dans la *région lointaine* $\langle \overline{u_z} \cdot \overline{u_z} \rangle$ et $\langle \overline{u_y} \cdot \overline{u_y} \rangle$ augmentent lorsque Re_s croît de 119 à 650 pour devenir indépendantes du nombre de Reynolds au-delà. La figure 5.23 présente les

rapports d'isotropie entre composantes transversale et longitudinale. On observe qu'aux plus petits nombres de Reynolds la composante horizontale est moins énergétique que la composante verticale alors qu'au plus grands Re_s , les deux composantes sont quasiment égales. L'isotropie est atteinte au moment où la production turbulente commence à jouer un rôle significatif, soit autour de $Re_s = 450$ dans la *région lointaine* et autour de $Re_s = 650$ dans la *région proche*. Cela pourrait correspondre avec un changement de l'origine des fluctuations comme celui proposé précédemment : à petits Re_s , la turbulence est produite en amont et distordue par les sphères, tandis qu'à grand Re_s , elle est produite localement par instabilité du champ de vitesse inhomogène.

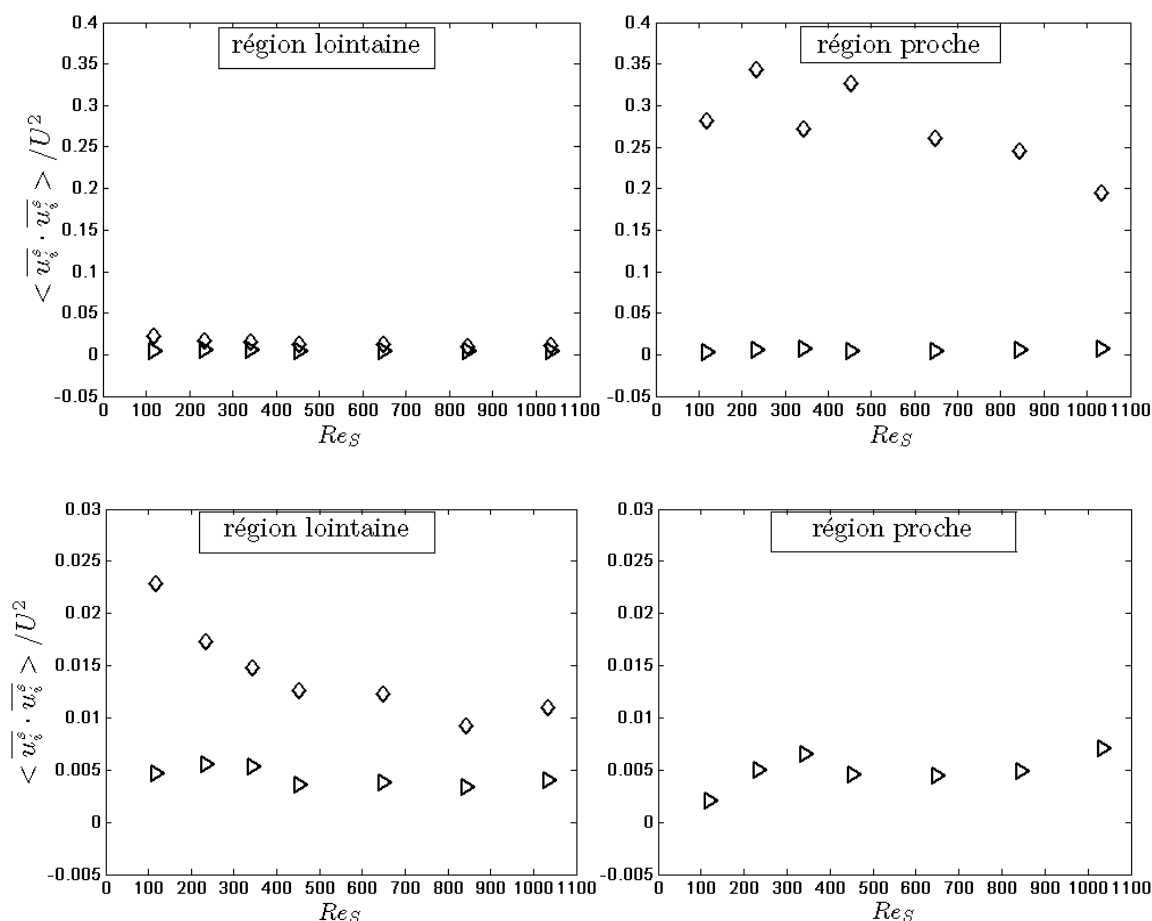


Figure 5.20 : Tenseur de Reynolds spatial moyen dans chaque région.

$$\diamond : \langle \overline{u_z^S} \cdot \overline{u_z^S} \rangle \text{ et } \triangleright : \langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_y^S} \rangle.$$

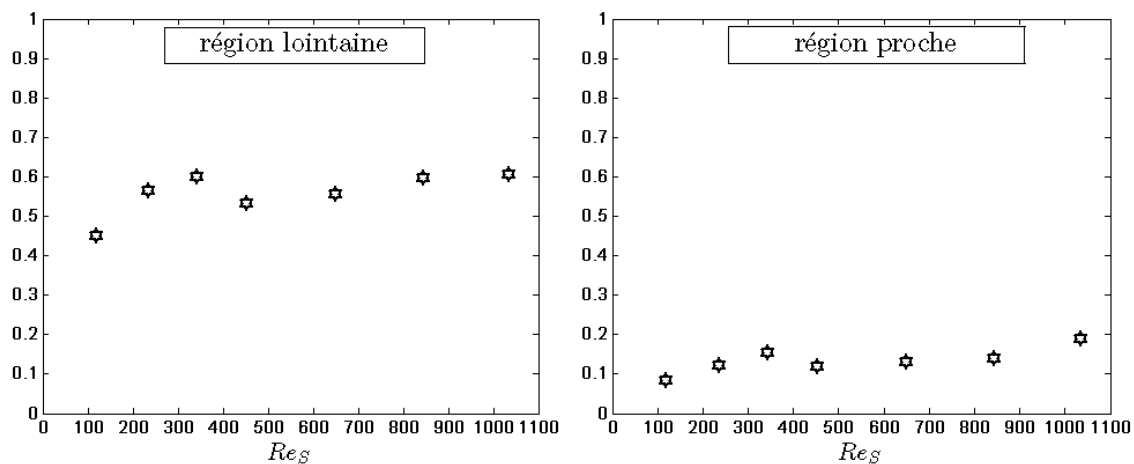


Figure 5.21 : Rapport d'isotropie $\sqrt{\langle \overline{u_y^s}^2 \rangle} / \sqrt{\langle \overline{u_z^s}^2 \rangle}$ moyen de la fluctuation spatiale dans chaque région.

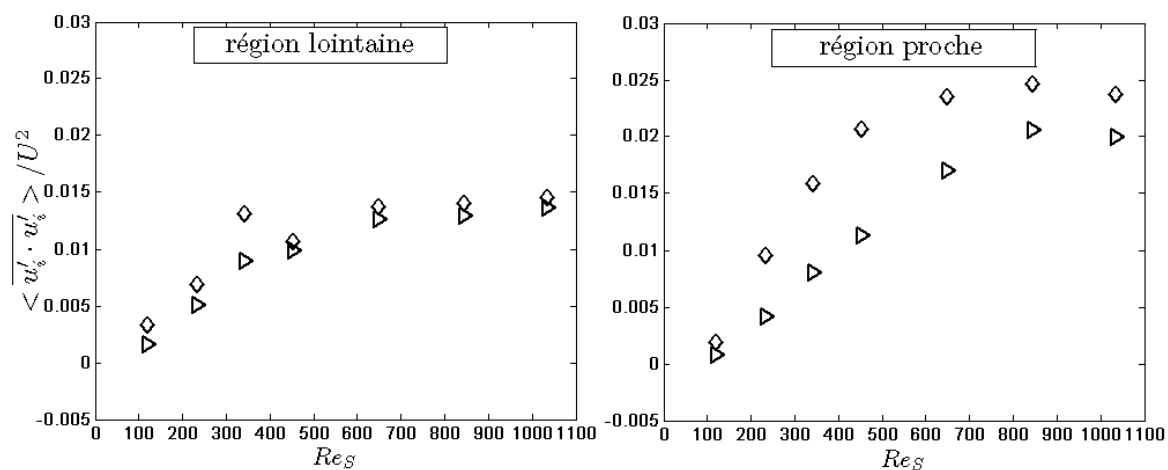


Figure 5.22 : Tenseur de Reynolds temporel moyen dans chaque région.

\diamond : $\langle \overline{u_z' \cdot u_z'} \rangle$ et \triangleright : $\langle \overline{u_y' \cdot u_y'} \rangle$.

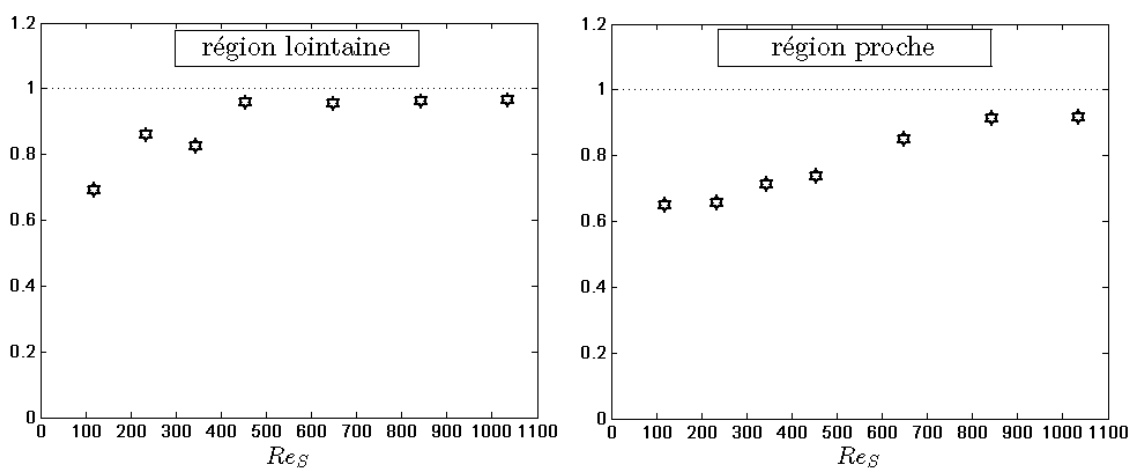


Figure 5.23 : Rapport d'isotropie $\sqrt{\langle \overline{u_y'^2} \rangle} / \sqrt{\langle \overline{u_z'^2} \rangle}$ moyen dans chaque région.

4-2/ Evolution du bilan de quantité de mouvement avec le nombre de Reynolds

La figure 5.24 montre le bilan de quantité de mouvement moyen pour chaque région. Nous n'allons pas reprendre les commentaires déjà faits concernant les équilibres qui s'établissent entre l'advection, le transport turbulent et le gradient de pression, qui restent bien sûr valables ici. (Nous mettons cependant le lecteur en garde sur le fait que dans la *région proche*, la prise de moyenne verticale réduit dramatiquement la valeur de FP .) Sur cette figure tous les autres termes ont été tracés pour bien montrer qu'ils sont négligeables. Ce que met bien en évidence cette figure est le peu d'influence du nombre de Reynolds sur le bilan de quantité de mouvement. Les inhomogénéités spatiales produites par les sphères, en tout cas celles qui influent significativement sur ce bilan, dépendent peu du nombre de Reynolds dans la gamme allant de 100 à 1000. Dans la *région lointaine* en particulier, il est remarquable de voir que l'équilibre entre advection et gradient de pression est indépendant de Re_s . Il est aussi instructif de s'interroger sur ce gradient de pression positif qui est d'environ $0,1 \cdot \rho \cdot \frac{U^2}{d}$.

Il est possible d'estimer le gradient vertical moyen au sein du réseau à partir du frottement du fluide sur les sphères, en tenant compte de la fraction volumique des sphères.

Si C_D est le coefficient de traînée d'une sphère, on trouve : $\frac{dP}{dz} \approx -\frac{6\alpha}{\pi d^3} \frac{1}{2} \rho C_D U^2 \pi \frac{d^2}{4}$. En

utilisant une corrélation $C_D(Re_s)$ classique pour le coefficient de traînée on peut estimer que

$C_D = \frac{24}{Re_s} (1 + 0.15 Re_s^{0.687})$ est compris entre 1,1 et 0,44 pour Re_s compris entre 100 et

1000 (Clift, Grace et Weber, 1978). On obtient alors que le gradient de pression est compris

entre $-16,4 \cdot 10^{-3} \rho \frac{U^2}{d}$ et $-6 \cdot 10^{-3} \rho \frac{U^2}{d}$. Cette valeur est de signe opposée et, en valeur

absolue, plus d'un ordre de grandeur inférieur à la valeur mesurée dans la *région lointaine*.

Ceci signifie que l'écoulement dans le réseau est le siège de fluctuations de pressions considérables comparées à la chute de pression moyenne. Hors du voisinage des sphères on observe de grandes valeurs positives du gradient de pression. Dans le voisinage des sphères

ont doit à l'inverse observer de très fortes chutes de pression, de l'ordre $\rho \frac{U_i^2}{d}$, de manière à ce que le gradient de pression moyenne soit au final négatif. On a donc affaire à un champ de pression dont les fluctuations sont beaucoup plus grandes que la valeur moyenne. On peut aussi le considérer comme très intermittent, puisque les régions de basses pressions sont vraisemblablement localisées dans de petites régions près des sphères. Ceci implique, à notre avis, que les approches homogénéisées du type de celles proposées par White et Nepf (2003), Eames et al. (2004), Roig et Larue de Tournemine (2007), qui proposent de prendre en compte l'influence des sphères voisines sur le sillage d'une sphère donnée par un gradient moyen pression ne sont vraisemblablement pas adaptées pour décrire la situation étudiée ici.

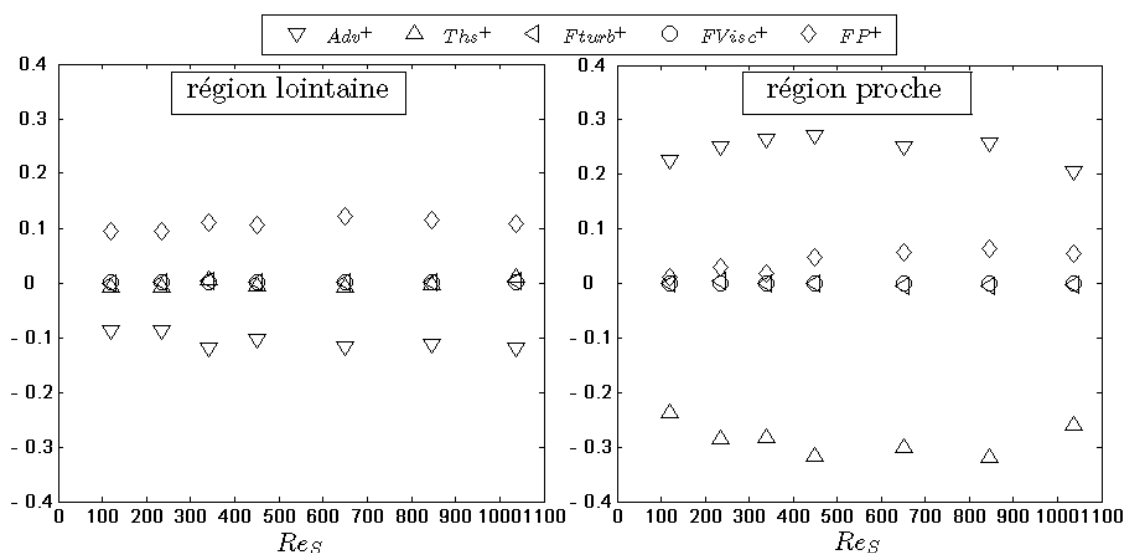


Figure 5.24 : Evolution des termes du bilan de quantité de mouvement en fonction du nombre de Reynolds dans les deux régions (normalisation par U^2/d)

4-3/ Evolution des bilans d'énergie cinétique avec le nombre de Reynolds

Les figures 5.25 et 5.26 présentent les bilans des énergies cinétiques spatiale et temporelle moyennés par région. Comme pour le bilan de quantité de mouvement, les termes négligeables ont été tracés de manière à permettre au lecteur de le vérifier par lui-même. Concernant le bilan d'énergie spatiale, la figure 5.25 ressemble beaucoup à la figure 5.24 et n'appelle pas de nouveaux commentaires.

Concernant le bilan d'énergie fluctuante temporelle, la figure 5.26 permet de bien mettre en évidence les transitions observées lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds. Dans la *région lointaine*, le terme de production turbulente commence à jouer un rôle à partir de $Re_s = 340$, tandis que dans la *région proche* il faut attendre $Re_s = 650$. Ces transitions correspondant à l'établissement de l'isotropie dans chacune de ces régions, il est intéressant de décomposer le terme de production $PTurb_T$ et celui de dissipation $Diss_T$ en leurs contributions respectives dans les bilans d'énergie des fluctuations horizontales et verticales. La figure 5.27 présente les évolutions de la production de turbulence à destination de fluctuation horizontale (symboles pleins) et à destination de la fluctuation verticale (symboles vides). Pour bien interpréter ces résultats il faut savoir que la production horizontale correspond au transfert d'énergie du mouvement spatial vers les deux composantes verticales $\langle \overline{u_x 'u_x'} \rangle$ et $\langle \overline{u_y 'u_y'} \rangle$ alors que la production verticale correspond au transfert vers la seule composante verticale $\langle \overline{u_z 'u_z'} \rangle$. Avec cette définition, une production isotrope correspond donc à un terme horizontal double du terme vertical. Dans la *région lointaine*, on observe que, dès que la production n'est plus négligeable, le terme vertical est nettement plus grand que le terme horizontal. La production dans cette région reste donc très anisotrope. Si l'on regarde chaque contribution dans le détail, on trouve qu'elle est en fait majoritairement due à $\langle \overline{u_z 'u_z'} \frac{\partial \overline{u_z^s}}{\partial z} \rangle$. Dans la *région proche*, les contributions aux énergies horizontales et verticales sont proches à $Re_s = 650$ mais la contribution horizontale croît plus vite lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds. Aussi autour de $Re_s = 1037$, la contribution horizontale est à peu près double de la contribution verticale, c'est-à-dire que la production se distribue de façon isotrope entre les trois directions de l'espace.

La figure 5.28 présente les évolutions des dissipations dans les directions en distinguant les contributions horizontale (symboles pleins) et verticale (symboles vides). Ici aussi les définitions adoptées associent les deux composantes horizontales ; l'isotropie correspond donc toujours à une dissipation horizontale double de la dissipation verticale. L'interprétation des résultats obtenus doit cependant prendre en compte qu'une partie de la dissipation n'a pas pu être mesurée (terme soulignés en double dans l'équation 18) et que cette partie manquante contribue à la dissipation horizontale. Ceci dit, on observe que dans la *région lointaine*, la dissipation horizontale est environ deux fois supérieure à la dissipation verticale. A la

précision de nos bilans, la dissipation semble donc isotrope. Dans la *région proche*, la dissipation semble isotrope à partir de $Re_s = 650$. Dans les cas où les énergies des fluctuations horizontales et verticales sont égales, la dissipation semble être isotrope.

On peut rediscuter maintenant l'isotropie du tenseur des fluctuations temporelles en prenant en compte ces nouveaux résultats. Dans la *région lointaine* comme dans la *région proche*, la prédominance des fluctuations verticales aux petits nombres de Reynolds n'a rien à voir avec la production ou la dissipation de la turbulence mais résulte plutôt de la distorsion de la turbulence incidente par les sphères. Dans la *région lointaine*, l'isotropie du tenseur de Reynolds est observée à grand nombre de Reynolds en dépit de l'anisotropie de la production. Elle implique donc un mécanisme de redistribution de l'énergie entre les composantes verticale et horizontale que nous n'avons pas les moyens d'analyser ici et qui implique probablement la pression fluctuante. Dans la *région proche*, l'isotropie observée à grand nombre de Reynolds pourrait correspondre à une production et une dissipation isotrope, des mécanismes complexes de redistributions entre composantes ne pouvant néanmoins pas être exclus.

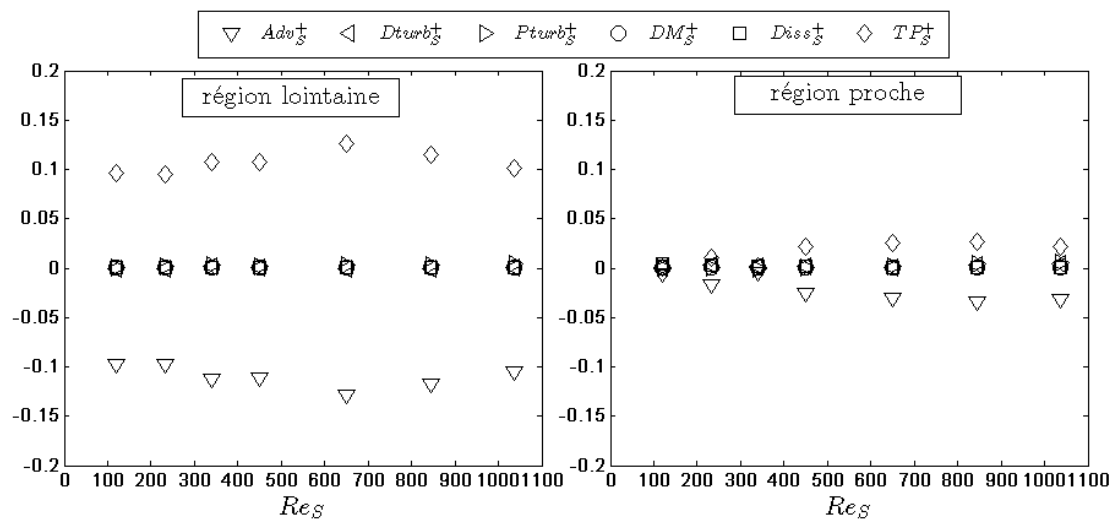


Figure 5.25 : Bilan moyen d'énergie spatiale en fonction du nombre de Reynolds dans les deux régions.

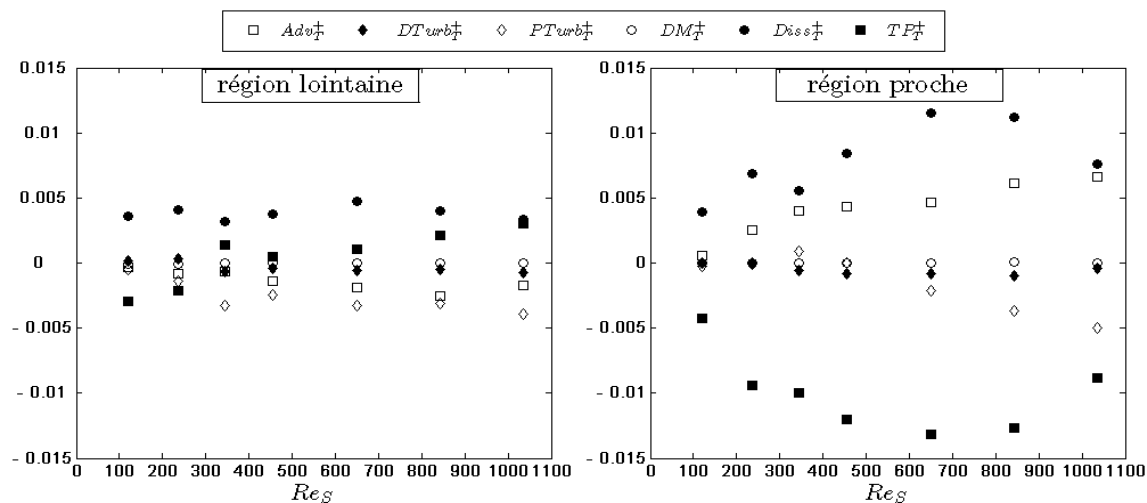


Figure 5.26 : Bilan moyen d'énergie temporelle en fonction du nombre de Reynolds dans les deux régions.

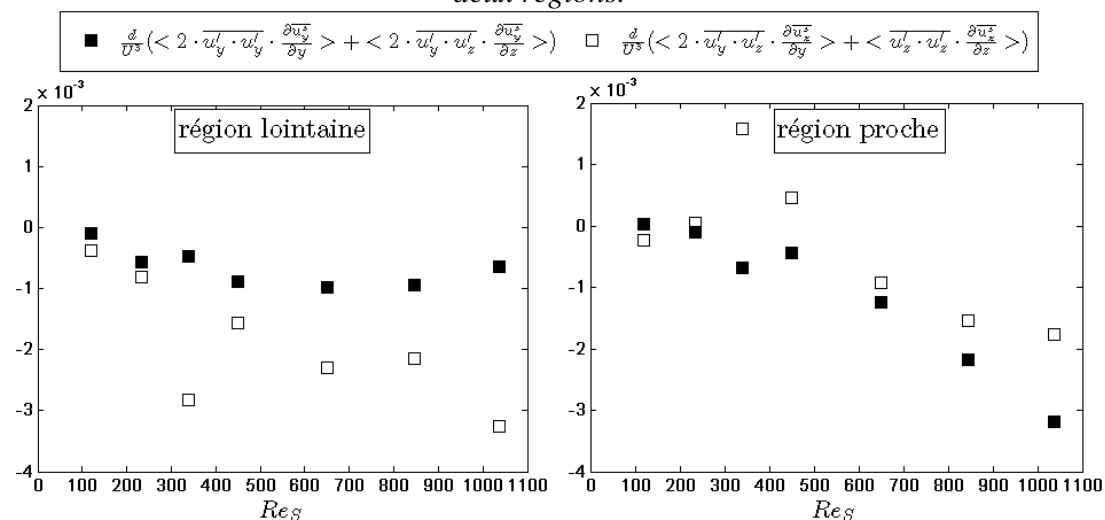


Figure 5.27 : Composantes moyennes transversale (■) et longitudinale (□) du terme de production en fonction du Re_S , dans les deux régions d'écoulement.

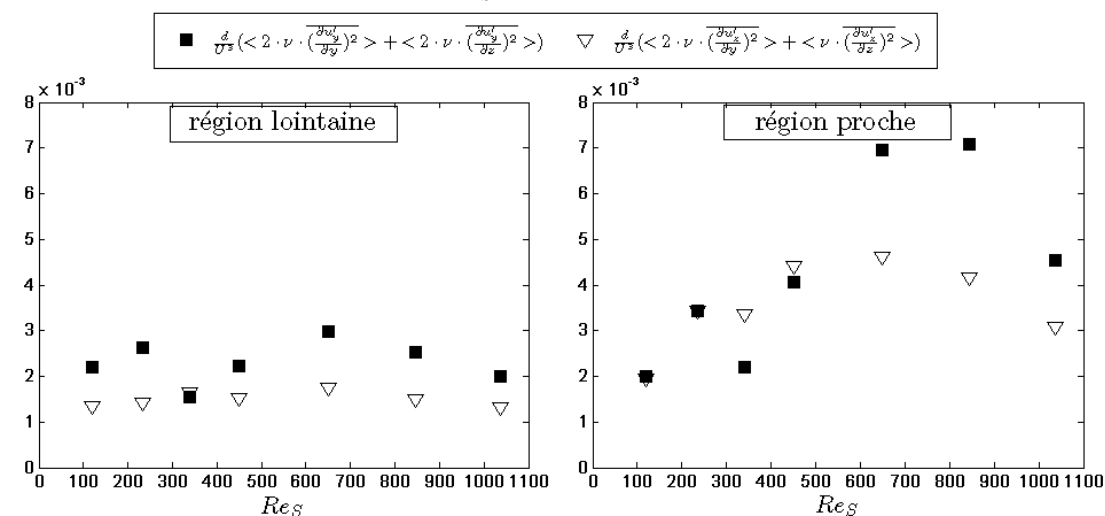


Figure 5.28 : Les deux composantes transversale (■) et longitudinale (▽) du terme de dissipation en fonction du Re_S , dans les deux régions d'écoulement, **région proche** et **lointaine**.

4.4) Fonctions densités de probabilité des vitesses

Les fonctions de densité de probabilité (*d.d.p.*) des variables aléatoires que sont les fluctuations temporelles u_z' et u_y' , les fluctuations spatiales $\overline{u_z^s}$ et $\overline{u_y^s}$, et les vitesses totales u_z et u_y sont présentées dans ce paragraphe. Pour chaque nombre de Reynolds de sphères compris entre 119 et 1037, nous avons calculé les *d.d.p.* caractéristiques des événements dans la *région proche* et dans la *région lointaine* des sphères en distinguant ces deux zones. Le calcul de chaque *d.d.p.* de u_i' ou de u_i est réalisé en plusieurs étapes. On cumule tout d'abord les mesures à un instant donné et pour un plan donné, pour calculer une *d.d.p.* associée à l'ensemble des mesures du champ PIV correspondant. Ceci nous permet d'avoir pour chaque plan environ 1000 *d.d.p.* associées aux 1000 enregistrements PIV successifs. Puis nous faisons la moyenne de ces 1000 *d.d.p.* instantanées. Nous obtenons ainsi une *d.d.p.* associée à l'ensemble des mesures observées dans un plan d'observation. Enfin nous effectuons la moyenne des *d.d.p.* associées à tous les plans.

a) *d.d.p.* de la fluctuation temporelle

Les *d.d.p.* des fluctuations temporelles sont présentées sur la figure 5.29. Elles exhibent toutes une forme symétrique identique, quels que soient la région, la direction ou le nombre de Reynolds. L'invariance avec le Reynolds peut paraître surprenante dans la mesure où nous avons vu que les mécanismes de production de ces fluctuations diffèrent nettement entre $Re_s = 119$ et 1037. Par ailleurs, la symétrie de la *d.d.p.* des fluctuations verticales implique que le moment d'ordre trois $\langle \overline{u_z'^3} \rangle$ est négligeable malgré la direction privilégiée de l'écoulement moyen vers les z croissants ; on peut noter que ceci est en accord avec le fait que le transport turbulent $DTurb_T$ est négligeable dans le bilan d'énergie de la fluctuation temporelle.

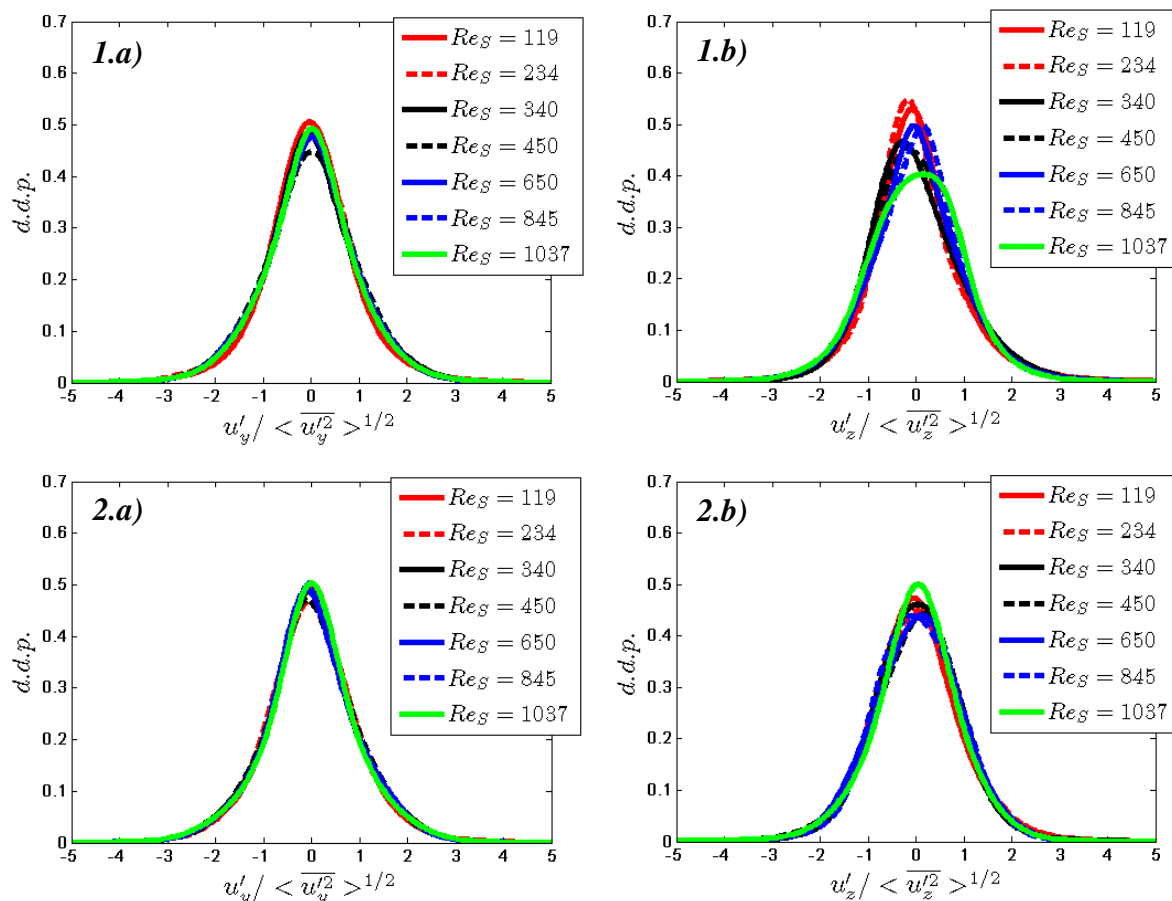


Figure 5.29 : Densité de probabilité de la fluctuation temporelle de vitesse
 (1) **Région proche** des sphères : a) vitesse transversale, b) vitesse longitudinale
 (2) **Région lointaine** des sphères : a) vitesse transversale, b) vitesse longitudinale

b) *d.d.p.* de la fluctuation spatiale

Les *d.d.p.* centrées réduites des fluctuations spatiales transversales $\overline{u_y^S}$ et longitudinales $\overline{u_z^S}$ sont représentées sur la figure 5.30. Il faut noter que la vitesse moyenne utilisée pour centrer les fluctuations est ici la moyenne de la région concernée U_p ou U_l ; ces fluctuations centrées sont ensuite normées par leur écart-type calculé au sein de la région correspondante. Ces *d.d.p.* sont moins convergées que leurs homologues temporels car, calculées à partir des moyennes temporelles des champs de vitesses, elles regroupent 1000 fois moins d'événements.

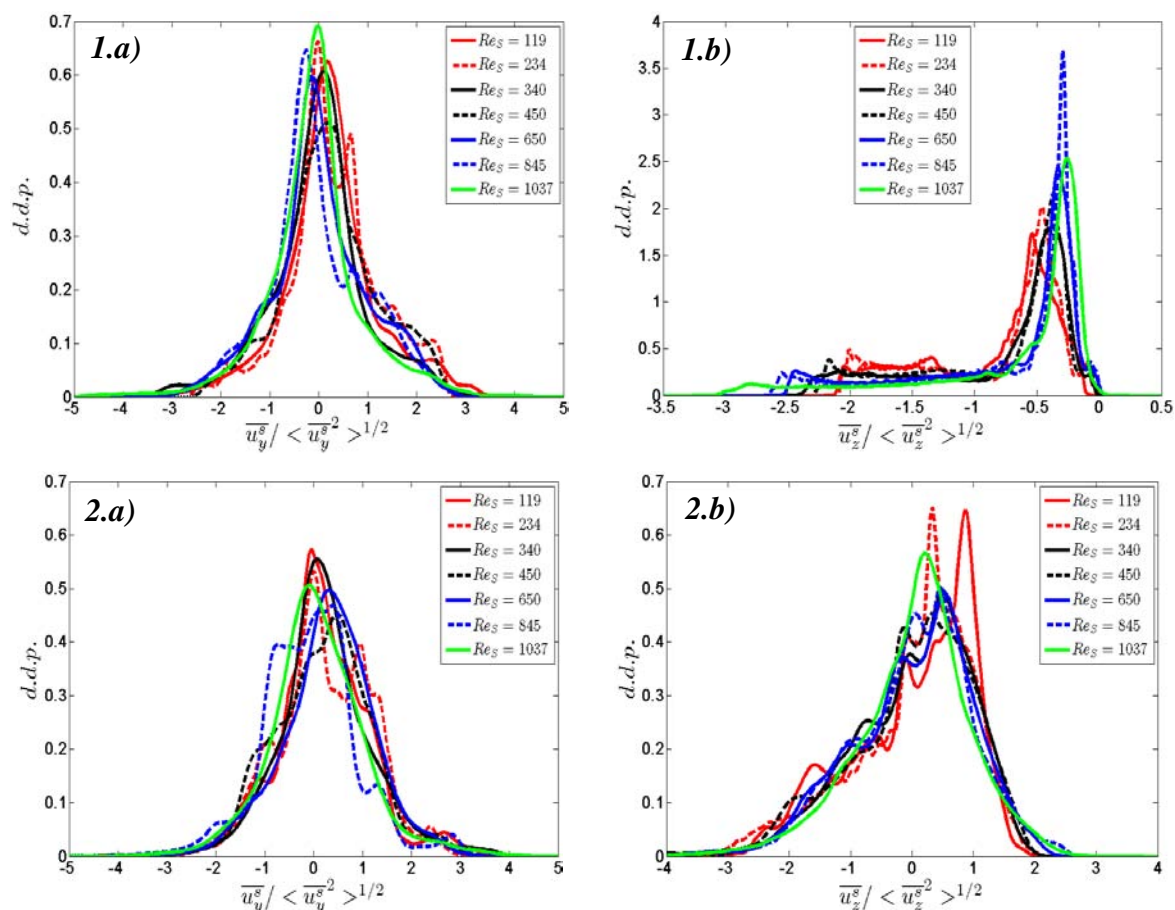


Figure 5.30 : Densité de probabilité de la fluctuation spatiale de vitesse
 (1) **Région proche** des sphères : a) vitesse transversale, b) vitesse longitudinale
 (2) **Région lointaine** des sphères : a) vitesse transversale, b) vitesse longitudinale.

On peut cependant constater que la *d.d.p.* de la fluctuation spatiale transversale de vitesse $\overline{u_y^s}$ montre une forme symétrique qui varie peu avec la région considérée. Par contre, il apparaît clairement que la *d.d.p.* de $\overline{u_z^s}$ est asymétrique. Elle présente une queue importante du côté des vitesses négatives. Cet étirement de la *d.d.p.* vers les vitesses négatives est plus prononcé dans la *région proche*. Il est clair que cette forme provient des déficits de vitesse engendrés dans les sillages des sphères. Par ailleurs la dépendance avec le nombre de Reynolds est peu marquée, sauf peut-être en ce qui concerne la valeur extrême négative de la fluctuation longitudinale dans la *région proche* qui semble augmenter en valeur absolue avec Re_s .

c) *d.d.p.* de la vitesse totale

Les *d.d.p.* centrées réduites des vitesses totales u_y et u_z sont représentées sur la figure 5.31. (Comme pour les fluctuations spatiales, la vitesse moyenne utilisée pour centrer les fluctuations est la moyenne de la région concernée U_p ou U_l et ces fluctuations centrées sont ensuite normées par leur écart-type calculé au sein de la région correspondante.)

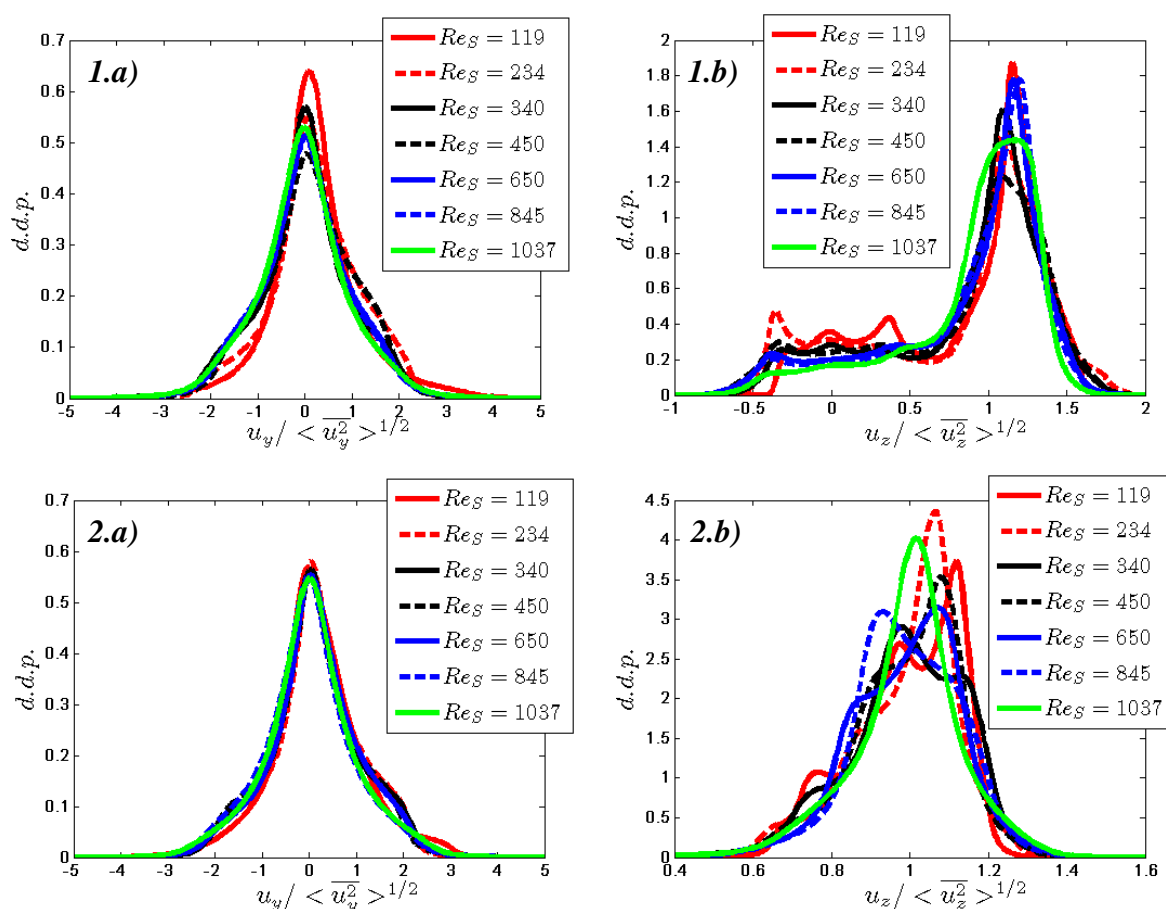


Figure 5.31 : Densité de probabilité de la vitesse totale

(1) **Région proche** des sphères : a) vitesse transversale, b) vitesse longitudinale
 (2) **Région lointaine** des sphères : a) vitesse transversale, b) vitesse longitudinale.

La vitesse totale étant la somme des contributions spatiales et temporelles, elle en reproduit l'invariance avec le nombre de Reynolds. Quant à la dissymétrie de la vitesse verticale, si elle est atténuée par rapport à celle de la fluctuation spatiale, elle reste cependant très prononcée.

4.5) L'étude spectrale de l'agitation dans le réseau

Le spectre d'énergie est un outil important pour comprendre la structure de la turbulence. Il permet de connaître la répartition de l'énergie entre les différentes échelles et de discuter les mécanismes de transfert de cette énergie entre les échelles.

Dans notre étude nous avons la possibilité de calculer des répartitions spectrales d'énergie en fonction du nombre d'onde dans la direction transversale y pour les fluctuations spatiales, temporelles ou totales.

a) Méthode de calcul du spectre de densité d'énergie

En pratique, on calcule le spectre d'énergie à partir de profils transversaux de la vitesse (à z fixé comme il est montré dans la figure 5.32) et on a donc des spectres en nombres d'onde k_y .

On notera psd_{yy} la densité spectrale d'une vitesse transversale ($u_y(y, z_k, t)$) et psd_{zy} celle d'une vitesse longitudinale ($u_z(y, z_k, t)$).

Le calcul est effectué en plusieurs étapes. On commence par calculer le spectre pour une ligne transversale du champ de vitesse, à z_k fixé et à un instant t donné. Puis nous moyennons les différents spectres correspondant aux différents z_k pour aboutir à un spectre pour chaque instant donné.

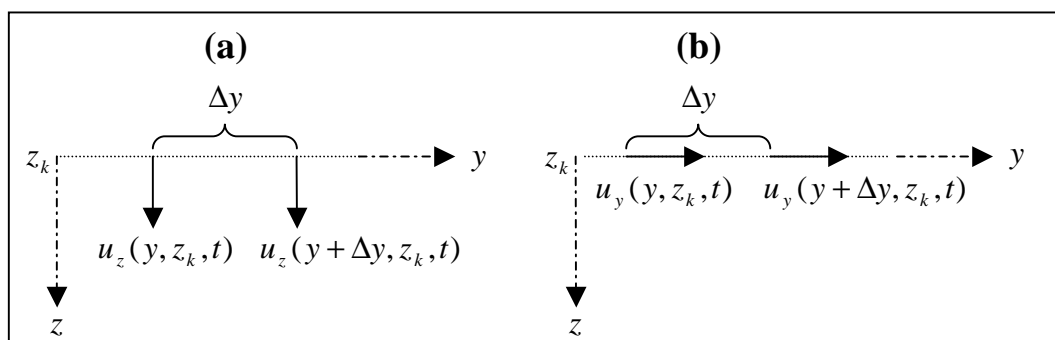


Figure 5.32 : Direction de la vitesse considérée et décalage spatial pour les calculs de (a) psd_{zy} et (b) psd_{yy} .

Sur la figure 5.33 nous présentons quelques spectres calculés à partir de la vitesse totale, pour un nombre de Reynolds de sphères $Re_s = 1037$, à différents instants et dans le même plan. La variation des spectres de densité d'énergie avec le temps est mineure, et l'étape suivante du calcul consiste à moyenner les spectres des différents instants entre eux.

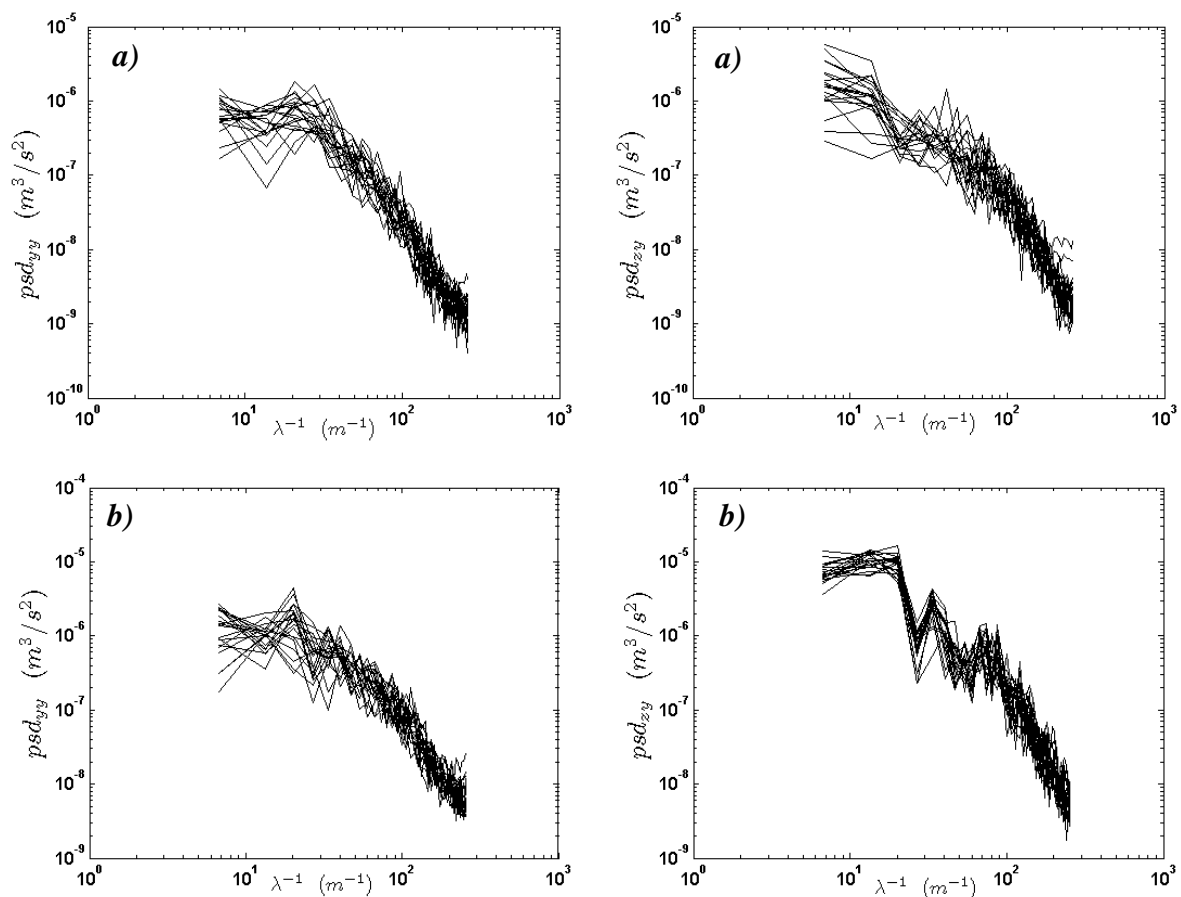


Figure 5.33 : Spectres moyens de la vitesse totale à différents instants
(a) dans la *région lointaine* et (b) dans la *région proche*.

Après avoir moyenné dans le temps les différentes densités spectrales pour obtenir un spectre spécifique à chaque plan, on moyenne enfin les spectres sur l'ensemble des plans d'une même région. Sur la figure 5.34, on constate que les spectres calculés dans différents plans de même type (*région proche* ou *lointaine*) ne varient pas beaucoup dans le réseau. La dernière étape, qui consiste à les moyenner entre eux, assure donc une bonne convergence statistique.

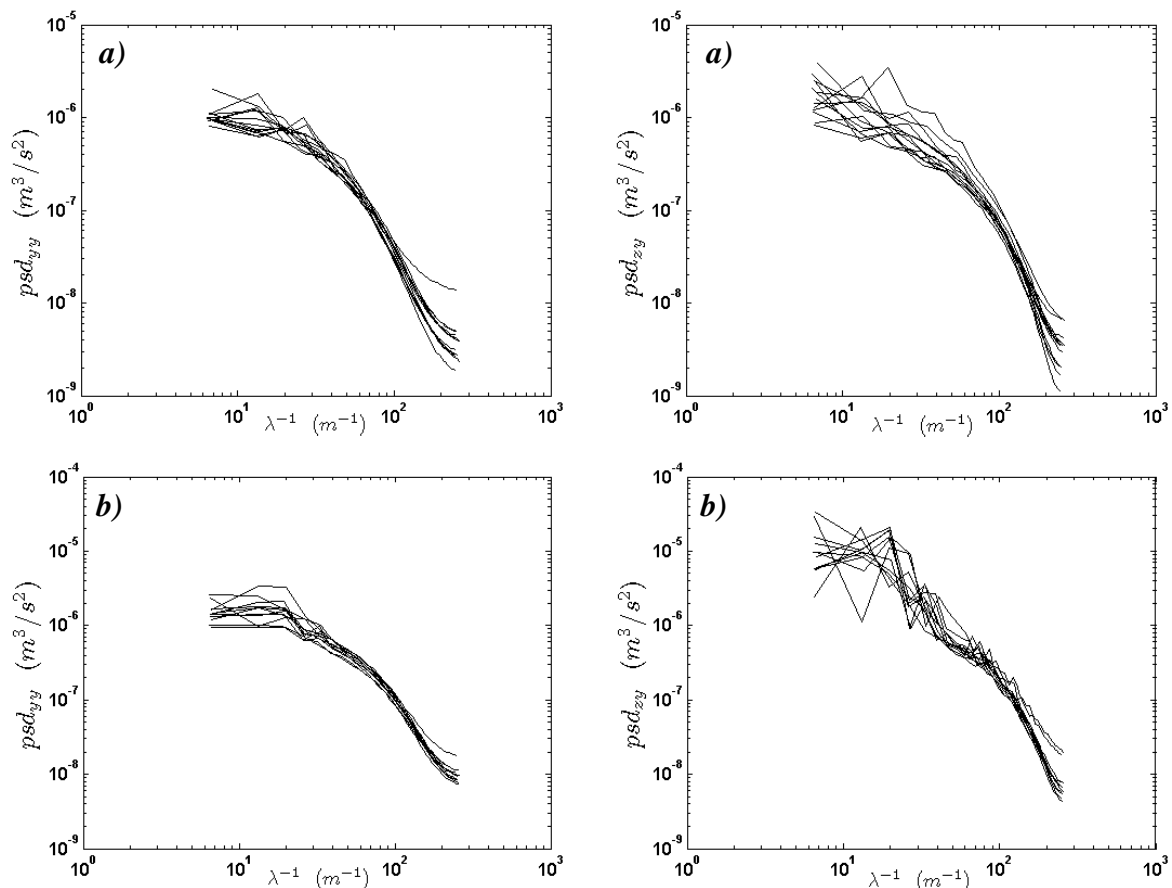


Figure 5.34 : Spectres moyens de la vitesse totale pour les différents plans
(a) la *région lointaine* et (b) la *région proche*.

Dans la suite, nous présentons les densités spectrales propres à chaque région en fonction du nombre de Reynolds. D'abord, nous comparons les contributions respectives des fluctuations spatiales et temporelles au spectre de la vitesse totale. Ensuite nous rechercherons une normalisation générale de ces spectres.

b) Spectre de densité d'énergie dans la *région proche*

La figure 5.35 présente les trois types de spectres d'énergie qui ont été calculés dans la *région proche* des sphères à partir de la fluctuation temporelle (psd_{tZY} et psd_{tYY}), de la fluctuation spatiale (psd_{sZY} et psd_{sYY}) et de la vitesse totale (psd_{ZY} et psd_{YY}).

Tous les spectres ont été normés par la variance $\overline{u_Y^2}$ de la fluctuation totale transversale obtenue dans la région et pour le nombre de Reynolds considérés.

Avant de commenter les énergies relatives des contributions spatiales et temporelles, il faut revenir sur la définition de la fluctuation spatiale longitudinale introduite par l'équation (5) : $\overline{u_z^s} = \overline{u_z} - U$. Comme nous l'avons montré, dans la *région proche*, une grande partie de la variance de $\overline{u_z^s}$ provient de l'écart entre la vitesse moyenne U_p de la *région proche* et la vitesse débitante U dans l'ensemble du réseau. Dans un spectre d'énergie restreint à la *région proche*, cette contribution-là apparaîtra comme une distribution de Dirac à l'origine des nombres d'ondes, $k_y = 0$. L'énergie dont nous allons réellement étudier la distribution spectrale ne correspond donc qu'à celle des fluctuations relatives à l'intérieur de la région considérée. Il ne faudra donc pas s'étonner de voir que l'énergie de la fluctuation temporelle peut excéder celle de la fluctuation spatiale. Il faut aussi noter que les deux types de spectres psd_{zy} et psd_{yy} sont tous deux des spectres spatiaux monodimensionnels obtenus par décalage dans la direction transversale y , qui est notre direction d'homogénéité. Il faudra donc avoir à l'esprit que si ce décalage est bien parallèle à la composante de la vitesse considérée pour psd_{yy} , il lui est orthogonal dans le cas de psd_{zy} . Ceci implique notamment que l'isotropie ne se traduit pas par la stricte identité de ces deux spectres.

Commençons par étudier les résultats concernant psd_{yy} (première colonne de la figure 5.35). Au plus petit nombre de Reynolds ($Re_s = 119$), la fluctuation spatiale domine la fluctuation temporelle pour les longueurs d'onde λ supérieures au diamètre d des sphères et vice versa pour $\lambda < d$. Le spectre total semble suivre une loi de puissance en $\lambda^{5/3}$, le spectre spatial passe d'une évolution en $\lambda^{5/3}$ pour $\lambda > d$ à une décroissance plus rapide pour $\lambda < d$, tandis que le spectre temporel semble sauter d'une asymptote en $\lambda^{5/3}$ à une autre de même nature, mais plus énergétique, lorsque λ devient plus petit que d . Lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds, la fluctuation temporelle se met à prendre le pas sur la fluctuation spatiale dès les plus petits nombres d'onde. A partir de $Re_s = 340$, le spectre total, qui se confond quasiment avec le spectre temporel, se met à suivre une loi de puissance en λ^3 pour $\lambda < d$.

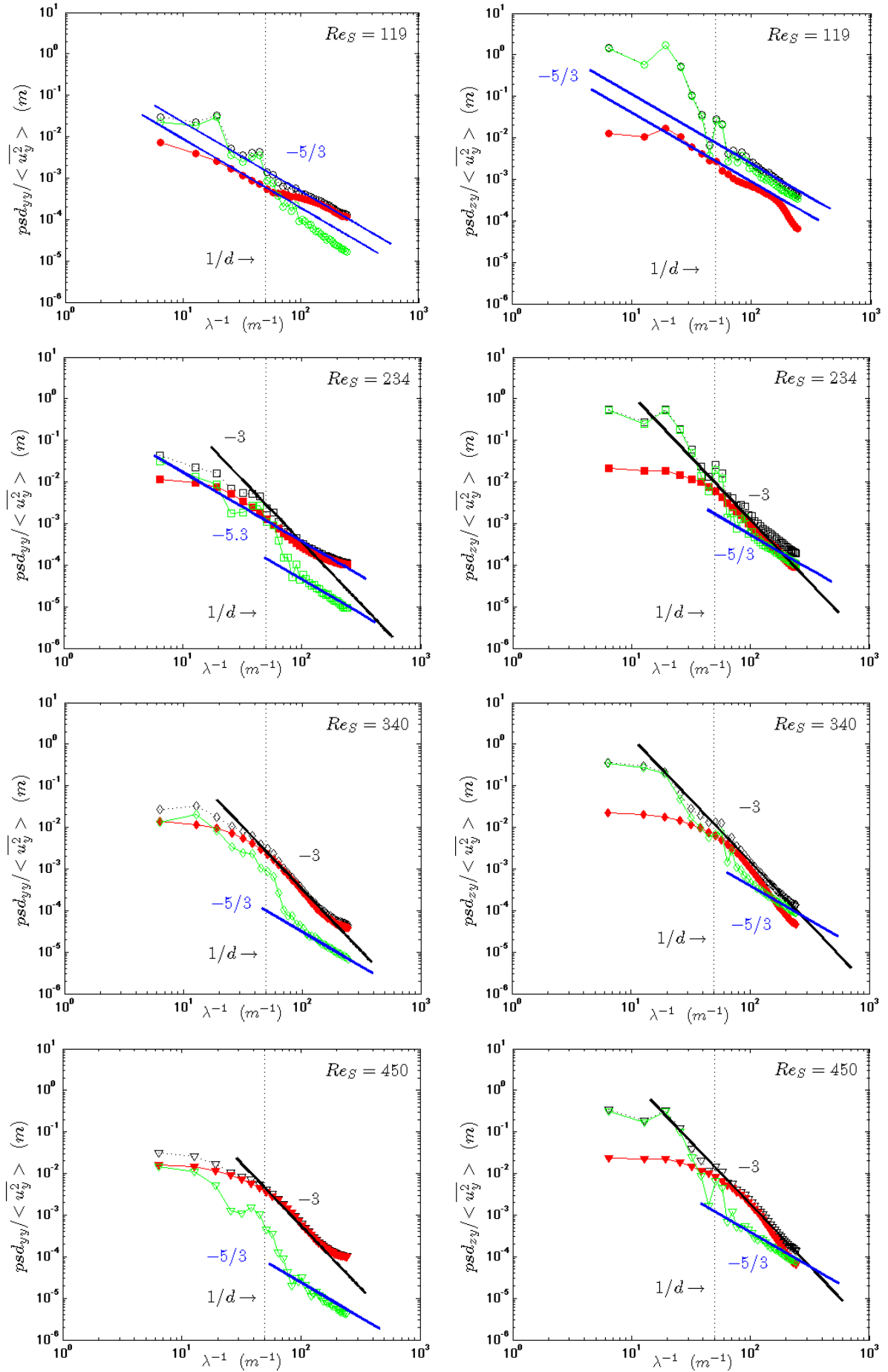
Concernant le spectre spatial, dès $Re_s = 234$, une portion en λ^3 apparaît aux longueurs d'ondes intermédiaires, suivi d'une loi en $\lambda^{5/3}$ aux petites longueurs d'ondes. Lorsque Re_s

croît, la loi en λ^3 gagne vers les petits λ où elle remplace progressivement celle en $\lambda^{5/3}$. A partir de $Re_s = 650$, la loi en λ^3 a envahi presque tout la gamme des longueurs d'ondes étudiées, sauf les plus grandes.

Nous considérons maintenant les spectres psd_{ZY} (seconde colonne de la figure 5.35). Comme ces spectres impliquent la vitesse longitudinale dans la *région proche*, l'énergie de la fluctuation spatiale est plus importante. Au plus petit nombre de Reynolds ($Re_s = 119$), cette dernière domine tout le spectre, puis pour les autres nombres de Reynolds, sa domination se limite aux longueurs d'ondes supérieures à d . Cette forte contribution de la fluctuation spatiale est la trace des sillages, ces derniers étant d'ailleurs responsables de l'existence de deux pics bien visibles aux petits nombres de Reynolds : l'un à $\lambda^{-1} = d^{-1}$ qui est la taille caractéristique des sillages, l'autre à $\lambda^{-1} = (2,5d)^{-1}$ qui est caractéristique de la distance entre deux sphères.

Ceci étant dit, l'évolution générale des spectres psd_{ZY} reproduit les principales caractéristiques de celle des spectres psd_{YY} : (i) pour $Re_s \geq 234$, les composantes temporelles et totales suivent une loi en λ^3 pour $\lambda < d$ et (ii) la loi en λ^3 apparaît sur les spectres spatiaux à partir de $Re_s = 234$ pour les dominer ensuite.

Il est aussi intéressant de remarquer qu'alors que d'importantes différences sont observées aux grandes longueurs entre les spectres des fluctuations longitudinales et transversales, les spectres psd_{tZY} et psd_{tYY} des fluctuations temporelles sont tout à fait semblables.



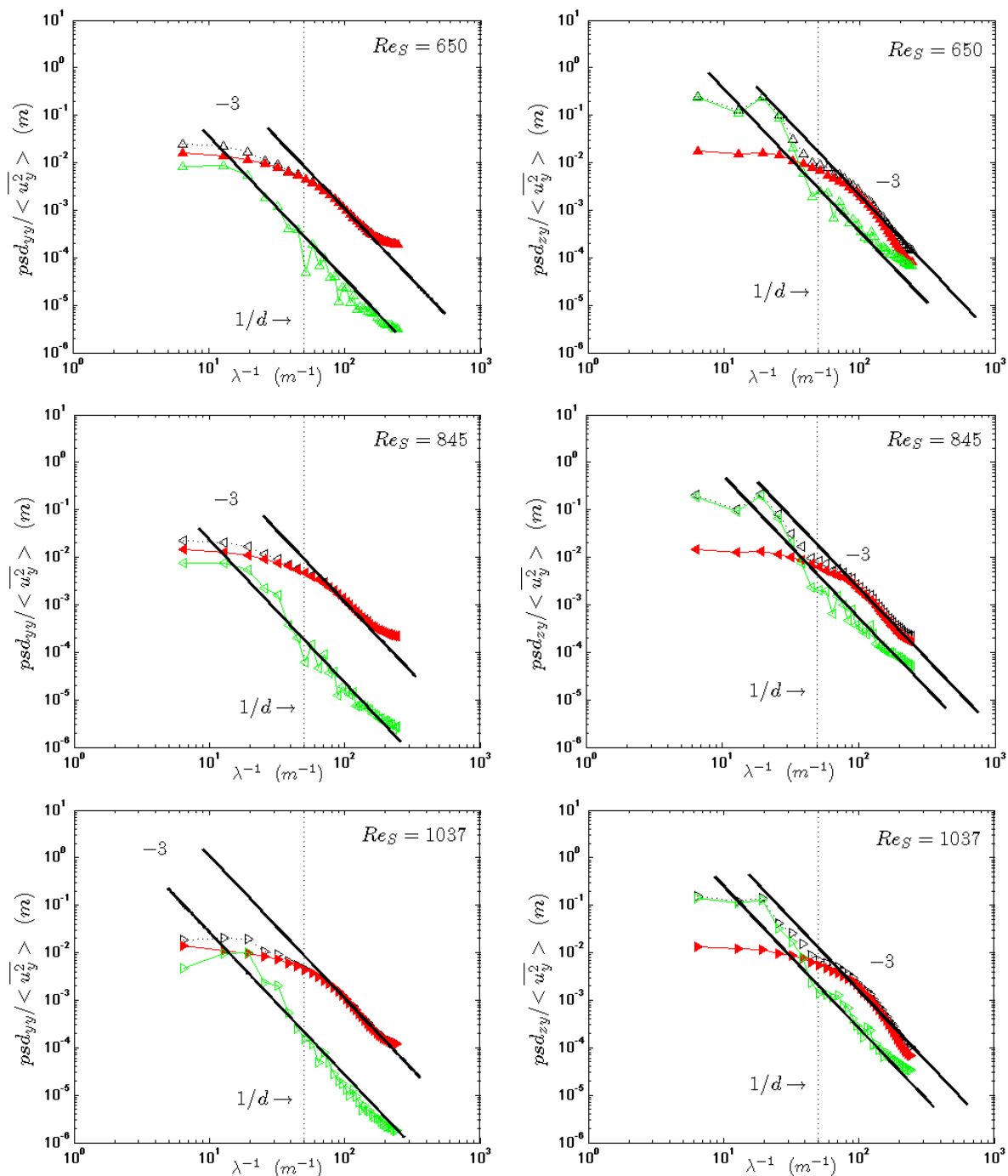
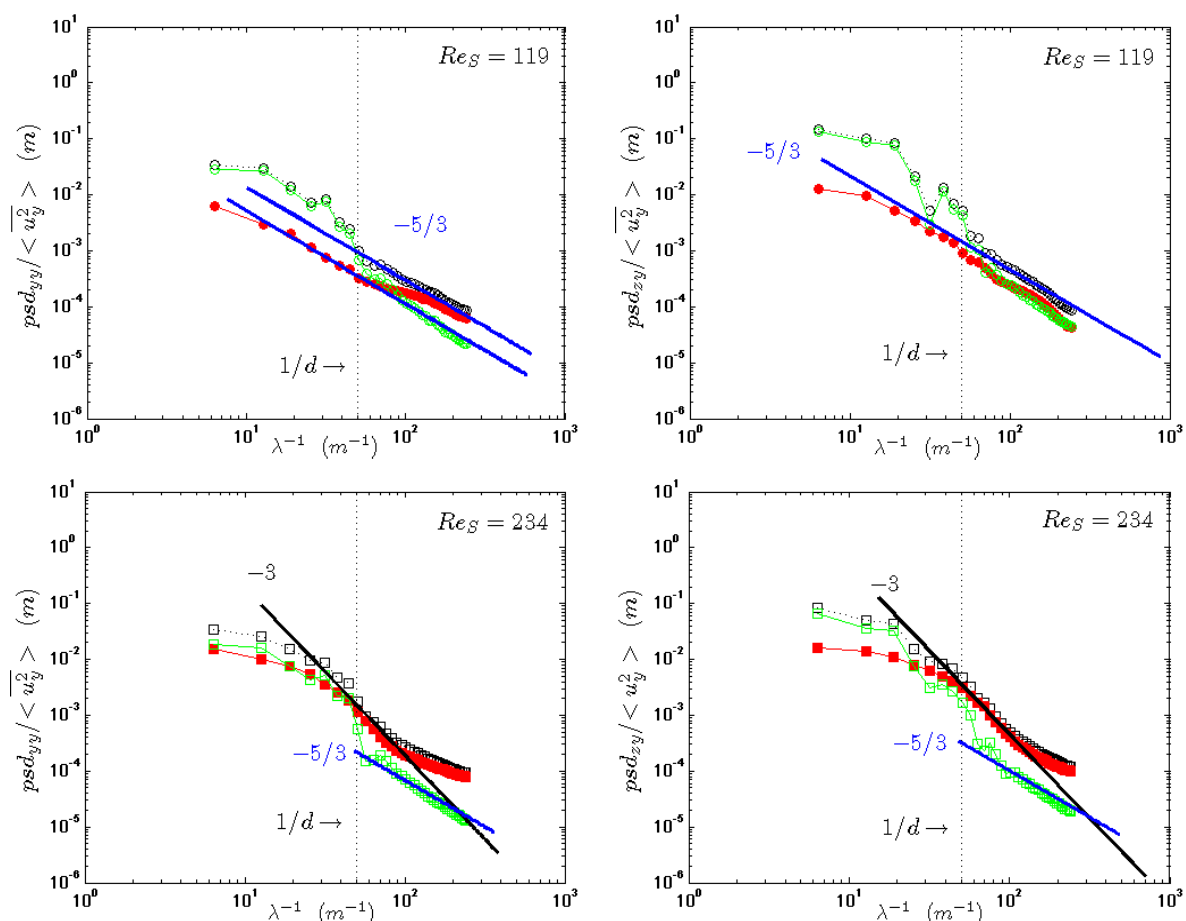


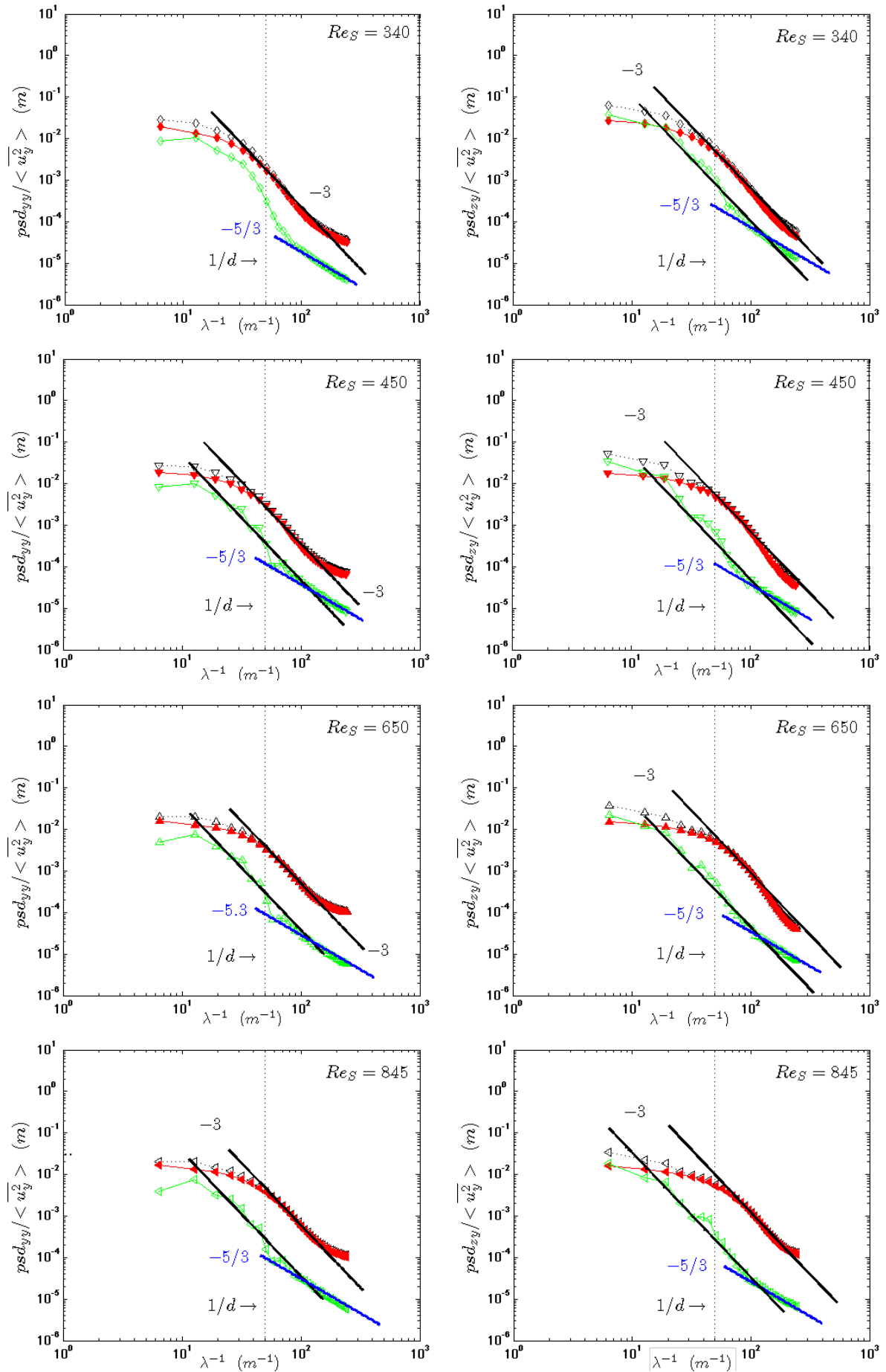
Figure 5.35 : Spectres d'énergie dans la **région proche** pour différents Re_s

- a/ psd des fluctuations de vitesse transversale : temporelles en rouge (psd_{tYY}) ;
 spatiales en vert (psd_{sYY}) ; totales en noir (psd_{YY}).
 b/ psd des fluctuations de vitesse longitudinale : temporelles en rouge (psd_{tZY}) ;
 spatiales en vert (psd_{sZY}) ; totales en noir (psd_{ZY}).

c) Spectre de densité d'énergie dans la *région lointaine*

La figure 5.36 présente les différents spectres mesurés dans la *région lointaine*. Ceux-ci ont des comportements analogues à ceux de la *région proche* à deux différences notables près. D'une part, la contribution de la fluctuation spatiale ne domine plus qu'aux plus petits nombres de Reynolds. Dès $Re_s = 340$, la contribution temporelle est prédominante dans les deux directions et pour toutes les longueurs d'ondes (sauf aux plus grands λ où elle fait jeu égal avec la fluctuation spatiale). D'autre part, la loi en $\lambda^{5/3}$ subsiste encore aux plus petites longueurs d'ondes dans le spectre spatial. Cela mis à part, on retrouve bien dès $Re_s = 234$ que la loi en λ^3 domine les spectres total et temporel pour $\lambda < d$ et la presque totalité des spectres spatiaux.





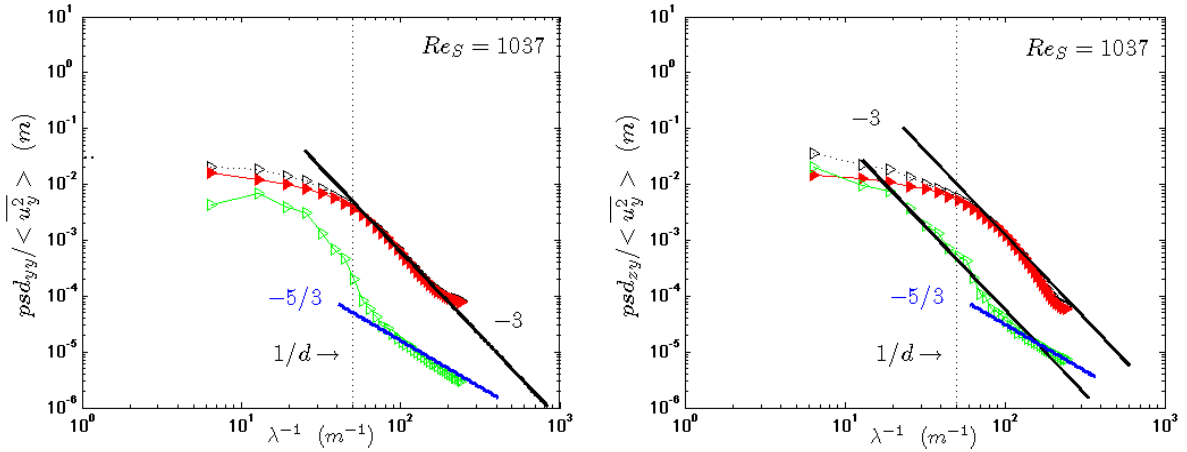


Figure 5.36 Spectres d'énergie dans la *région lointaine* pour différents Re_s

a/ psd des fluctuations de vitesse transversale : temporelles en rouge (psd_{tYY}) ;

spatiales en vert (psd_{sYY}) ; totales en noir (psd_{YY}).

b/ psd des fluctuations de vitesse longitudinale : temporelles en rouge (psd_{tZY}) ;

spatiales en vert (psd_{sZY}) ; totales en noir (psd_{ZY}).

d) Echelle intégrale

Nous avons cherché à estimer une échelle intégrale de longueur caractéristique de l'agitation générée dans le réseau. Pour cela nous avons tout d'abord calculé la fonction de corrélation spatiale entre des vitesses prélevées le long d'une ligne horizontale de mesure. La corrélation spatiale est définie comme le produit des deux fluctuations de vitesses \tilde{u}_i mesurées au même instant en deux points différents : $\langle \tilde{u}_i(y, t) \cdot \tilde{u}_i(y + \Delta y, t) \rangle_h$. On obtient le coefficient de corrélation en normalisant la corrélation par la variance des vitesses :

$$C_{iY}(y, \Delta y) = \frac{\langle \tilde{u}_i(y) \cdot \tilde{u}_i(y + \Delta y) \rangle_h}{\sqrt{\langle \tilde{u}_i^2 \rangle_h} \cdot \sqrt{\langle \tilde{u}_i^2 \rangle_h}} \quad (24)$$

En pratique, le coefficient d'autocorrélation est calculé d'abord pour chaque z_k fixe du champ de vitesse totale. On définit ce coefficient d'autocorrélation de manière précise par :

$$C_{iY}(\Delta y, t) = \frac{\langle (\tilde{u}_i(y, z_k, t) \cdot \tilde{u}_i(y + \Delta y, z_k, t)) \rangle_h}{(\langle \tilde{u}_i^2 \rangle_h \cdot \langle \tilde{u}_i^2 \rangle_h)^{1/2}} \quad (25)$$

Où $\tilde{u}_i(y, z_k, t) = u_i(y, z_k, t) - \langle u_i(y, z_k, t) \rangle_h$ et $\langle u_i(y, z_k, t) \rangle_h$ est la moyenne spatiale dans la direction y du vecteur de vitesse totale $u_i(y, z_k, t)$ prélevé à l'instant t à une distance z_k fixe par rapport aux sphères.

Après avoir calculé les coefficients d'autocorrélation pour chaque instant t et pour toutes les positions z_k , nous avons moyenné ces coefficients entre eux. Dans la figure 5.37 nous présentons quelques coefficient obtenus pour $Re_s = 1037$ dans un même plan de la *région lointaine* à différents instants t .

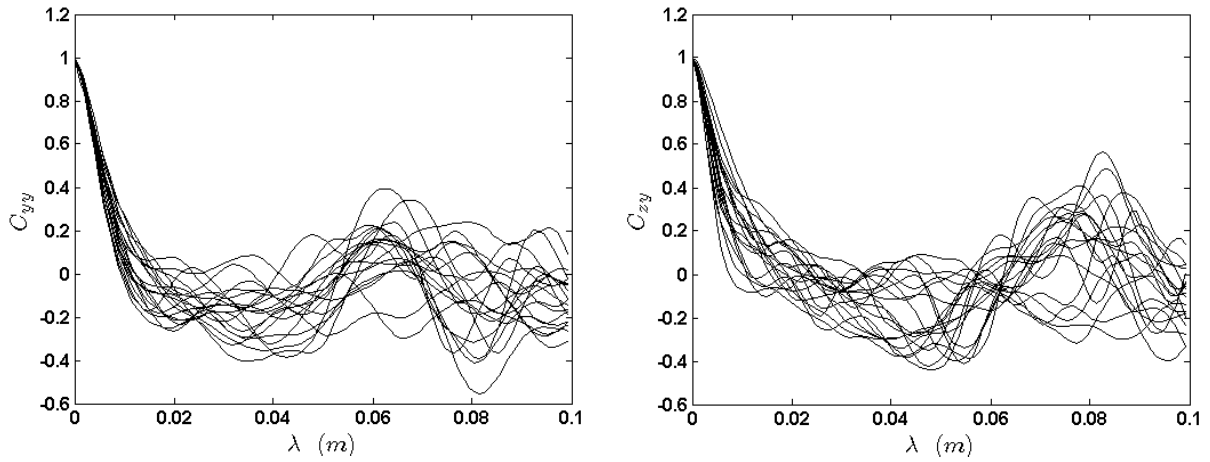


Figure 5.37 : Coefficient d'autocorrélation pour un plan de la *région lointaine* à différents instants ($Re_s = 1037$).

Nous effectuons ensuite la moyenne temporelle des coefficients d'autocorrélation pour chaque plan. La figure 5.38 présente les moyennes temporelles des différents coefficients d'autocorrélation calculées pour différents plans de la *région lointaine*, et pour un nombre de Reynolds $Re_s = 1037$. Ces coefficients de corrélation changent d'un plan à l'autre, en raison de la variation des positionnements relatifs des sphères par rapport au plan de mesure. Nous avons moyenné les coefficients des plans appartenant à la même région pour définir un coefficient d'autocorrélation par région. Nous montrons les résultats dans les deux figures 5.39 et 5.40.

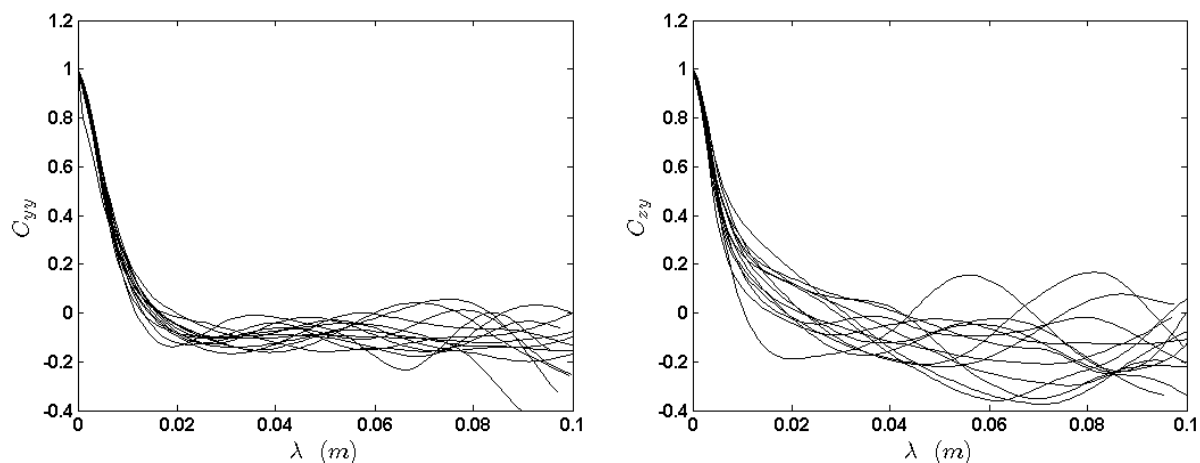


Figure 5.38 : Coefficient d'autocorrélation pour différents plans de la *région lointaine* ($Re_s = 1037$).

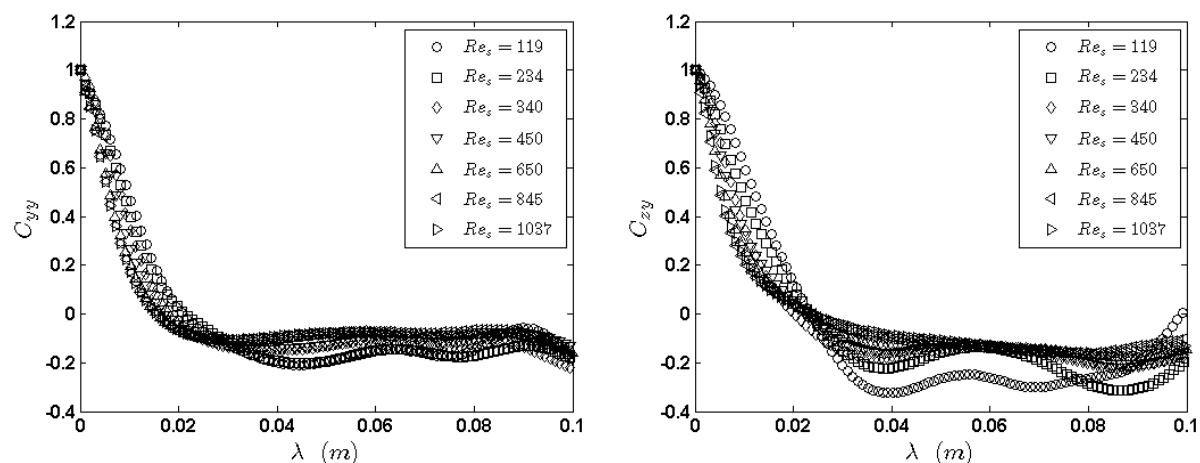


Figure 5.39 : Coefficient d'autocorrélation dans la *région lointaine*.

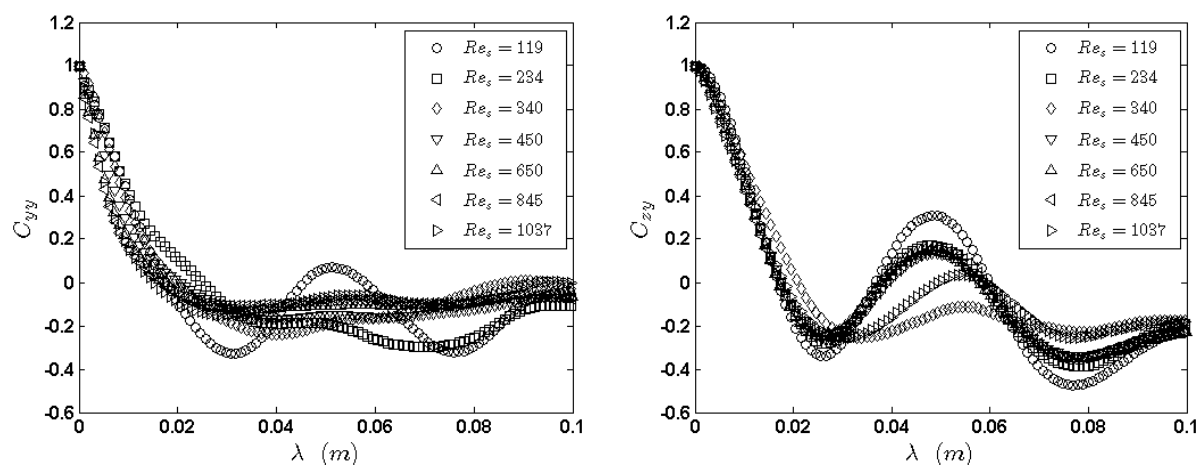


Figure 5.40 : Coefficient d'autocorrélation dans la *région proche*.

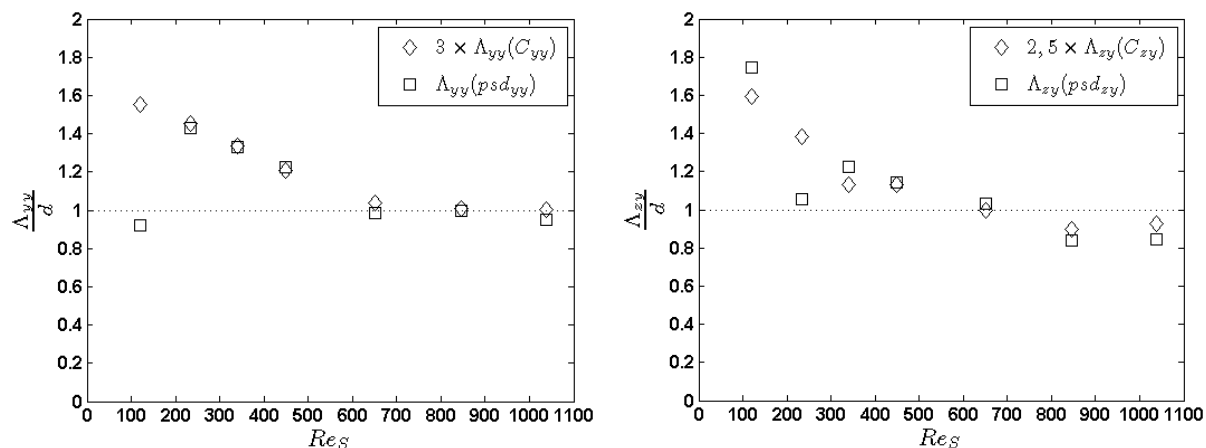
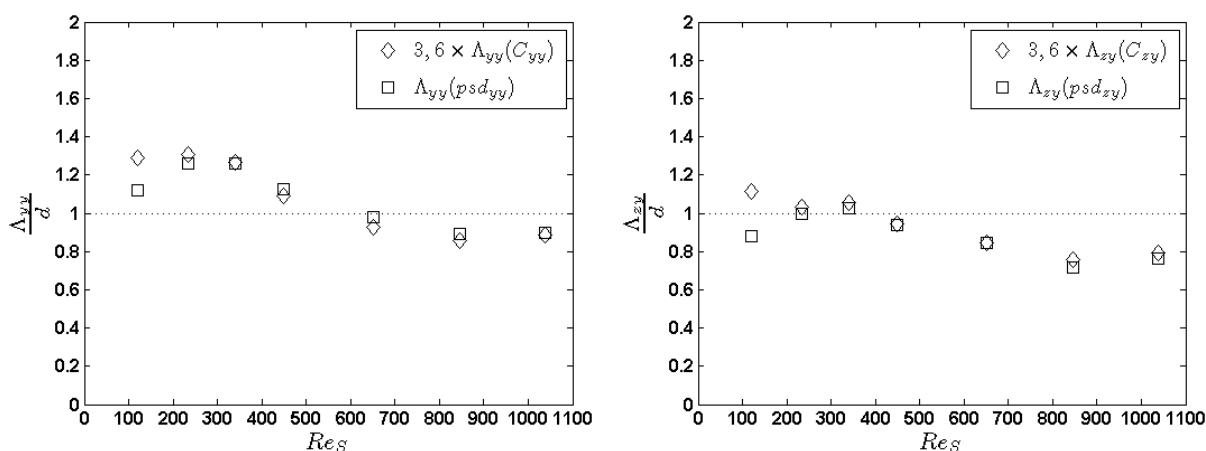
Le coefficient d'autocorrélation vaut 1 en zéro ($C_{ii}(0) = 1$) par définition et tend vers zéro quand λ devient très grand, les vitesses devenant alors indépendantes. Dans notre cas, le coefficient d'autocorrélation atteint un plateau différent de zéro, ce qui pose un problème pour l'estimation de l'échelle intégrale. Pour cette raison, nous avons évalué l'échelle intégrale de longueur comme étant l'intégrale du coefficient d'autocorrélation jusqu'au premier passage de ce coefficient par zéro.

$$\Lambda_{iY} = \int_0^{\lambda(C_{ii}=0)} C_{iY}(\lambda) \cdot d\lambda \quad (26)$$

Nous avons aussi réalisé une autre estimation de l'échelle de longueur intégrale à partir des spectres de densité d'énergie des fluctuations temporelles (psd_{tiY}). On a ainsi pris comme estimation de l'échelle intégrale de longueur le rapport entre la première valeur du spectre d'énergie et la variance des fluctuations temporelles de vitesse.

$$\Lambda_{iY} = \frac{psd_{tiY}(1)}{\langle u_i^2 \rangle} \quad (27)$$

Sur les figures 5.41 et 5.42, nous effectuons la comparaison entre l'échelle intégrale calculée à partir de la fonction d'autocorrélation et celle calculée à partir des spectres d'énergie, et cela dans les deux régions *lointaine et proche*. Les deux estimations évoluent de la même manière avec le nombre de Reynolds de sphères Re_s , sauf que celle estimée à partir du coefficient d'autocorrélation est plus petite que celle estimée à partir du spectre d'énergie. Entre les deux estimations il y a facteur de 2,5 à 3,6. Les échelles de longueur Λ_{yy} et Λ_{zY} sont proches dans les deux régions et deviennent indépendante de Re_s pour $Re_s \geq 650$. Dans la suite, on utilisera les échelles de longueur calculées à partir des spectres d'énergie.

Figure 5.41 : Echelle intégrale dans la *région lointaine*Figure 5.42 : Echelle intégrale dans la *région proche*

e) Autosimilarité des spectres de densité d'énergie

Dans ce paragraphe nous proposons une normalisation aux grandes échelles des différents spectres. Chaque spectre va être normalisé par sa propre variance et par l'échelle intégrale de longueur Λ_{yy} obtenue par la valeur à l'origine du spectre temporel (psd_{iyy}) calculé dans la *région lointaine*.

La figure 5.43 présente les spectres normalisés de la *région proche*, tandis que la figure 5.44 présente ceux de la *région lointaine*. Mis à part le cas du plus petit Reynolds ($Re_s = 119$), nous remarquons que tous les spectres exhibent une gamme de longueur d'onde où la densité d'énergie suit une loi de puissance en λ^3 . Bien que l'extension de cette région particulière puisse varier avec Re_s , tous les spectres normalisés s'y superposent parfaitement

quel que soit le nombre de Reynolds. Il existe donc bien un régime particulier indépendant de la viscosité qui s'établit à partir d'un nombre de Reynolds de l'ordre de 234 et qui concerne une gamme d'échelle qui s'étend lorsque le nombre de Reynolds augmente.

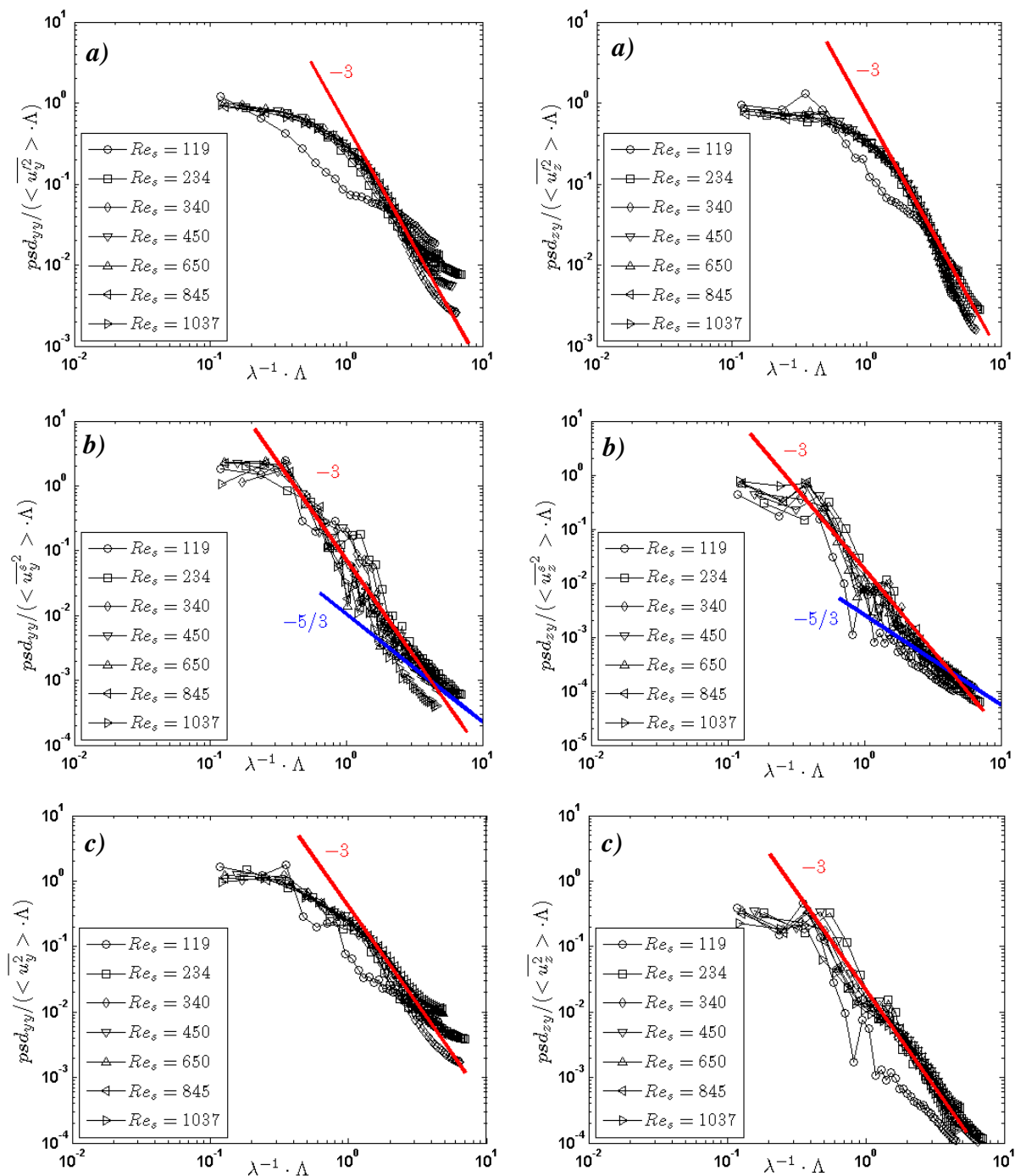


Figure 5.43 : Les trois spectres d'énergie normalisés dans la **région proche** des sphères, pour les différents Re_s

a/ Spectre des fluctuations temporelles ;
 b/ spectre des fluctuations spatiales ;
 c/ spectre des fluctuations totales.

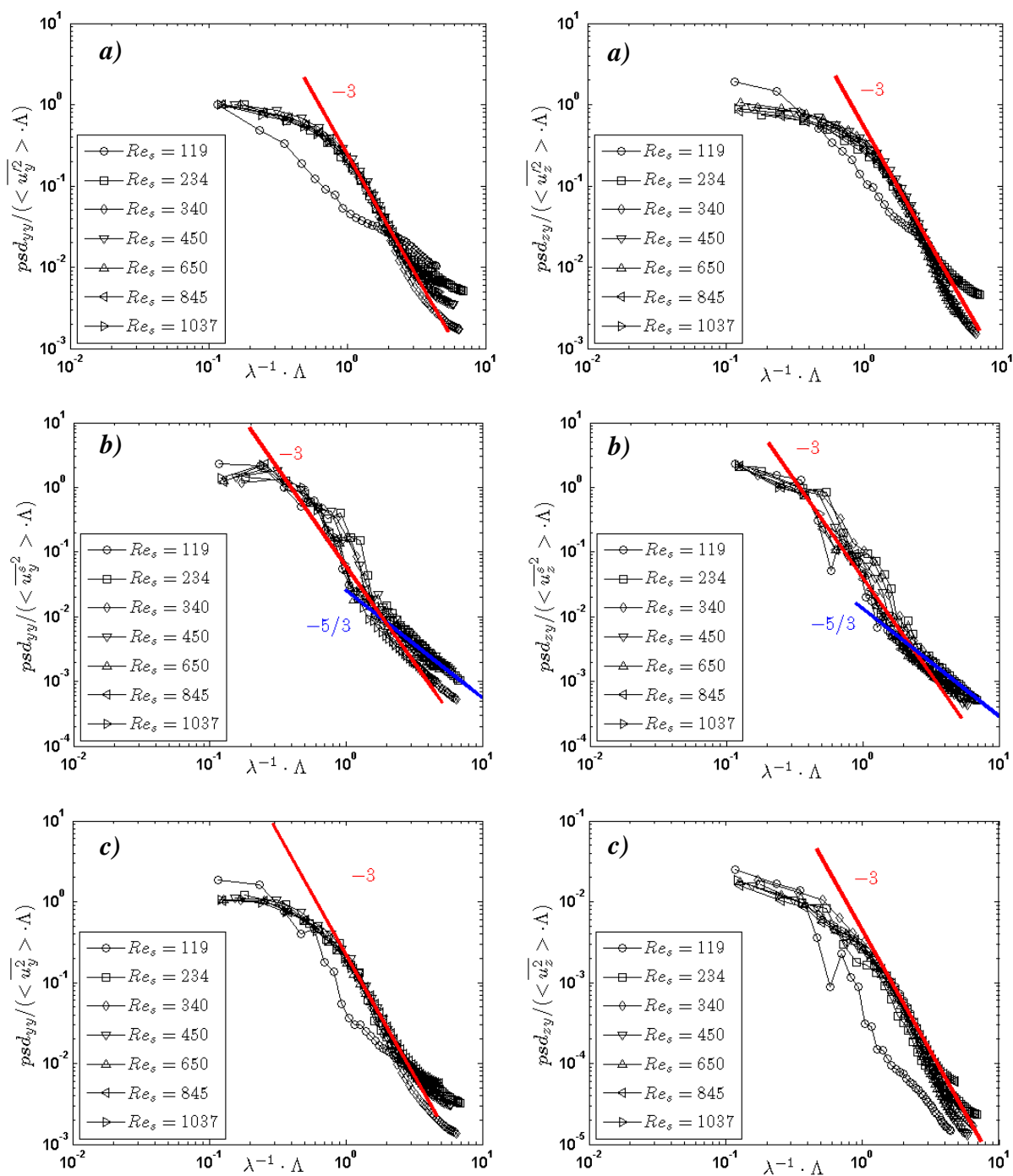


Figure 5.44 : Les trois spectres d'énergie normalisés dans la **région lointaine** de l'écoulement, pour les différents Re_s

a/ Spectre des fluctuations temporelles ;

b/ spectre des fluctuations spatiales ;

c/ spectre des fluctuations totales.

5) Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons conduit l'investigation des fluctuations de vitesse dans deux types de régions particulières de l'écoulement correspondant à des plans verticaux contenant les centres de sphères : la *région proche* située en aval immédiat de certaines sphères et la *région lointaine* située plus en aval, après que les sillages des sphères placées en amont aient perdu leur identité propre. Cela nous a conduit à mettre en évidence les propriétés fondamentales de l'écoulement dans le réseau.

Les sillages des sphères créent de fortes inhomogénéités de la vitesse verticale. Le bilan de quantité de mouvement montre que lorsqu'on s'éloigne des sphères ces fluctuations de vitesse s'atténuent, causant une recompression de l'écoulement. Même à une distance suffisante des sphères pour que les sillages aient disparu, il subsiste de forts gradients longitudinaux, à peu près constants, des fluctuations spatiales verticales. Il en résulte un équilibre entre la décélération du fluide et un gradient de pression positif. Du point de vue énergétique, les fluctuations spatiales sont régies par un équilibre entre le transport par la vitesse débitante et la pression. On a donc affaire à un écoulement fortement intermittent, marqué par de grandes variations spatiales de la vitesse et de la pression d'une région à une autre. Au premier ordre, les fluctuations spatiales de la vitesse verticale dominent toutes les autres contributions ; en particulier elles ne sont pas influencées significativement par les fluctuations temporelles.

Les fluctuations temporelles de la vitesse sont régies par un tout autre mécanisme. A petit nombre de Reynolds, ni les sillages individuels des sphères, ni leur interactions ne sont capables de produire de la turbulence. L'agitation temporelle provient donc de la turbulence de l'écoulement incident qui pénètre dans le réseau. Après avoir traversé au moins 40cm de réseau avant d'atteindre notre région de mesure, cette turbulence a cependant été distordue par la présence des sphères et est notamment devenue fortement anisotrope. A partir d'un certain nombre de Reynolds les inhomogénéités spatiales commencent à produire de l'agitation temporelle. Cela se produit d'abord, autour de $Re_s = 234$, dans la *région lointaine*, ce qui suggère que l'écoulement à grandes échelles résultant des interactions de sillages se déstabilise avant que les sillages individuels ne deviennent turbulents. Cela se produit ensuite, vers $Re_s = 650$, dans la *région proche*. A grand nombre de Reynolds les fluctuations sont

devenues isotropes et on aboutit à un équilibre entre advection (Adv_T), production ($PTurb_T$), transport par la pression (TP_T) et dissipation ($Diss_T$). Dans la *région proche*, $PTurb_T$ et TP_T s'opposent à Adv_T et $Diss_T$, tandis que dans la *région lointaine* Adv_T et $PTurb_T$ s'opposent à $Diss_T$ et TP_T .

Les densités de probabilités (*d.d.p.*) des fluctuations de vitesses nous apprennent que la distribution des fluctuations autour de leur valeur moyenne dans la *région proche* comme dans la *région lointaine* est indépendante, après normalisation par leur écart-type, du nombre de Reynolds dans toute la gamme étudiée.

Les spectres de densités d'énergie nous montrent une autre invariance avec le nombre de Reynolds. Dès que Re_s est supérieur ou égal à 240, la densité d'énergie suit une évolution en puissance -3 du nombre d'onde sur une gamme significative d'échelles. Cette loi s'observe à la fois sur les spectres spatiaux et fluctuants, dans la *région proche* comme dans la *région lointaine*. Après une normalisation par les grandes échelles, les densités d'énergie dans cette gamme deviennent totalement indépendantes du nombre de Reynolds.

Chapitre 6

Vers une généralisation aux écoulements à phase dispersée

1. Introduction

Au chapitre précédent, nous avons analysé l'agitation dans le réseau en distinguant deux types de régions particulières contenant ou excluant systématiquement des sillages proches. Ce choix résulte de l'agencement un peu particulier des sphères de notre réseau sur des tiges réparties en des positions discrètes. Dans un système où les inhomogénéités spatiales jouent un rôle déterminant, cette distinction, imposée par des contraintes techniques, s'est en fait révélée utile en permettant la détermination des rôles respectifs des régions proches et éloignées.

Il s'agit maintenant de conduire notre démarche d'homogénéisation à son terme en proposant une description de l'agitation globale dans l'ensemble du réseau. Nous serons alors en situation de comparer nos résultats à ceux obtenus pour les écoulements à bulles.

2. Agitation globale dans l'ensemble du réseau

2.1 Deux méthodes d'obtention des statistiques globales du réseau

On peut penser que les *régions proches* et *lointaines* explorées précédemment par PIV constituent ensemble un échantillon représentatif de la totalité du réseau. Notre première méthode d'obtention des statistiques globales considérera que chaque point du réseau a une probabilité égale à $1/2$ d'appartenir à l'une ou l'autre de ces régions. Les densités de probabilités globales de chaque variable aléatoire seront donc obtenues en faisant la moyenne des densités de probabilités de chaque région. De même, les densités spectrales d'énergie globales s'obtiendront par moyenne des densités spectrales de chaque région. Les nombres de plans de mesures pris en compte pour les statistiques sont donnés dans le Tableau 6.1. Dans la suite, cette méthode sera appelée combinaison de régions et notée *CR*. Les résultats globaux correspondants seront désignés par l'indice *gcr*, tandis que les résultats des *régions proche* ou *lointaine* le seront par les indices *p* et *l*.

La méthode par *CR* s'appuie sur deux hypothèses. La première est qu'il n'existe pas dans le réseau d'autres régions particulières que les deux qui ont été explorées. La seconde

est que les deux régions, pour être équiprobables, doivent représenter la même fraction du volume du réseau. Pour évaluer l'impact de ces deux hypothèses nous avons mis au point une seconde méthode qui s'appuie sur des mesures de la vitesse en des points dont les positions ont été tirées au hasard dans le réseau, sous la contrainte qu'ils ne devaient pas se situer à l'intérieur des sphères. Les enregistrements de la vitesse en ces points ont été effectués par LDA sur des durées suffisantes (environ $10mn$) pour assurer la convergence statistique des moyennes temporelles. Le tableau 6.1 présente aussi le nombre de points explorés pour chaque cas (les positions étant données en annexe A). Dans la suite, cette méthode sera appelée échantillonnage aléatoire ponctuel et notée *EAP*. Les grandeurs globales correspondantes seront désignées par l'indice *geap*. Il faut noter que cette méthode, basée sur des mesures au point ne donnera pas accès aux densités spectrales et que sa lourdeur de mise en œuvre n'a pas permis l'acquisition d'un grand nombre de points.

Re_s	Méthode de mesure PIV			Méthode de mesure LDA
	Région proche (<i>p</i>)	Région lointaine (<i>l</i>)	Combinaison de régions (<i>CR</i>)	échantillonnage aléatoire ponctuel (<i>EAP</i>)
119	3	4	7	20
234	3	4	7	-
340	9	12	21	20
450	3	4	7	-
650	3	4	7	30
845	3	4	7	-
1037	11	13	24	30
Tableau 6.1 : Taille des échantillons statistiques pour les deux méthodes d'obtention des statistiques globales dans l'ensemble du réseau				

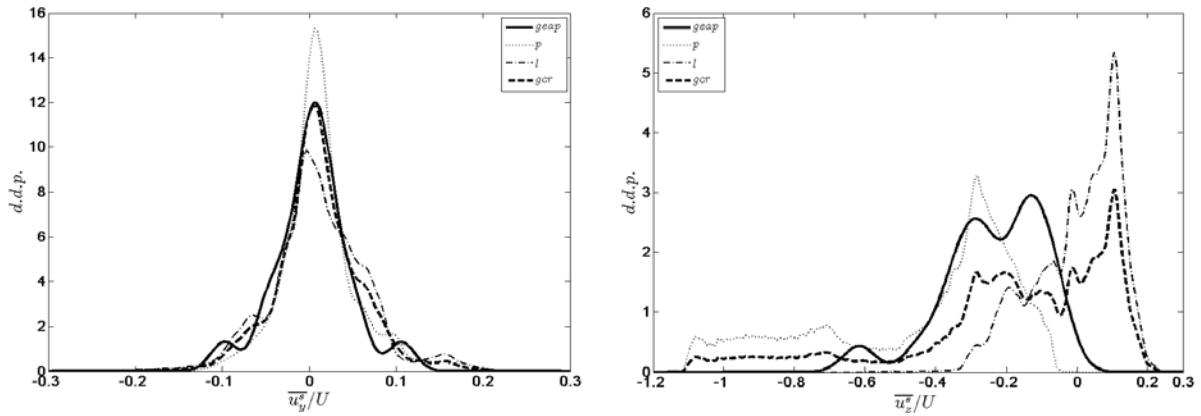


Figure 6.1 : Densité de probabilité de la fluctuation spatiale pour $Re_s = 119$.

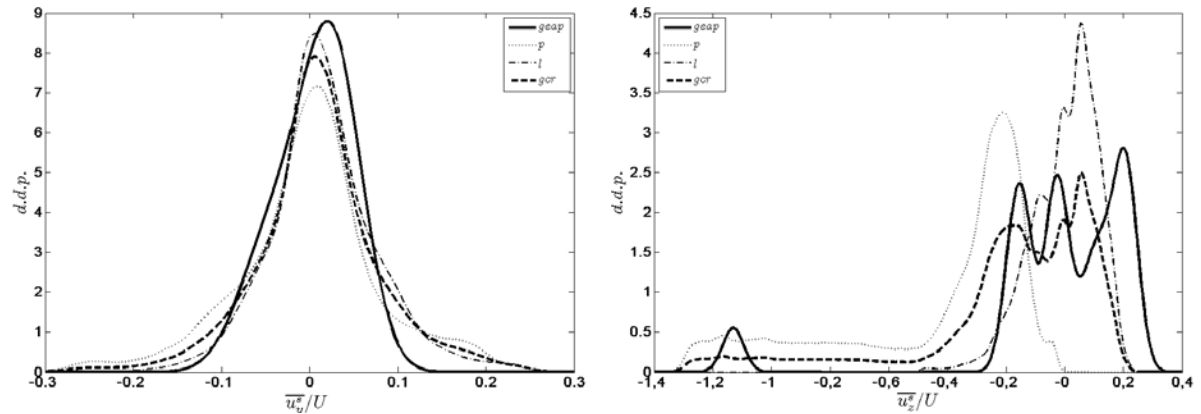


Figure 6.2 : Densité de probabilité de la fluctuation spatiale pour $Re_s = 340$.

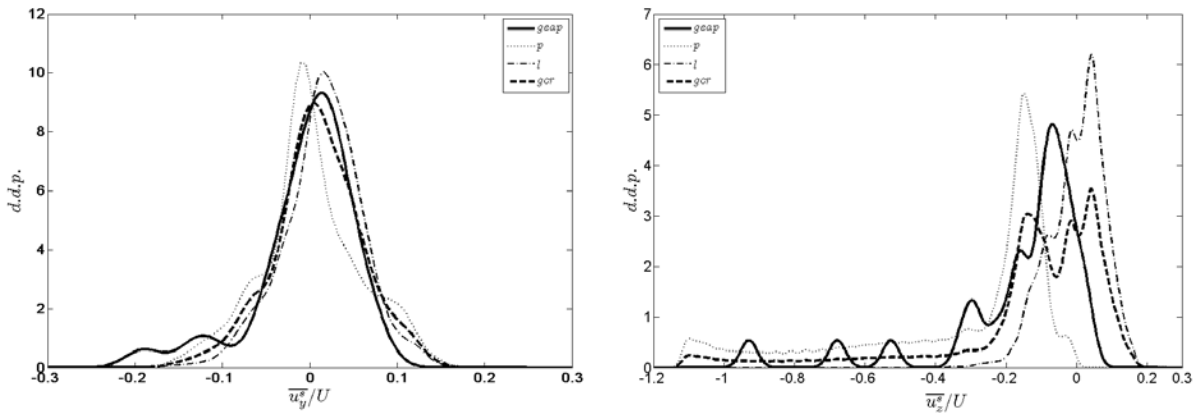


Figure 6.3 : Densité de probabilité de la fluctuation spatiale pour $Re_s = 650$.

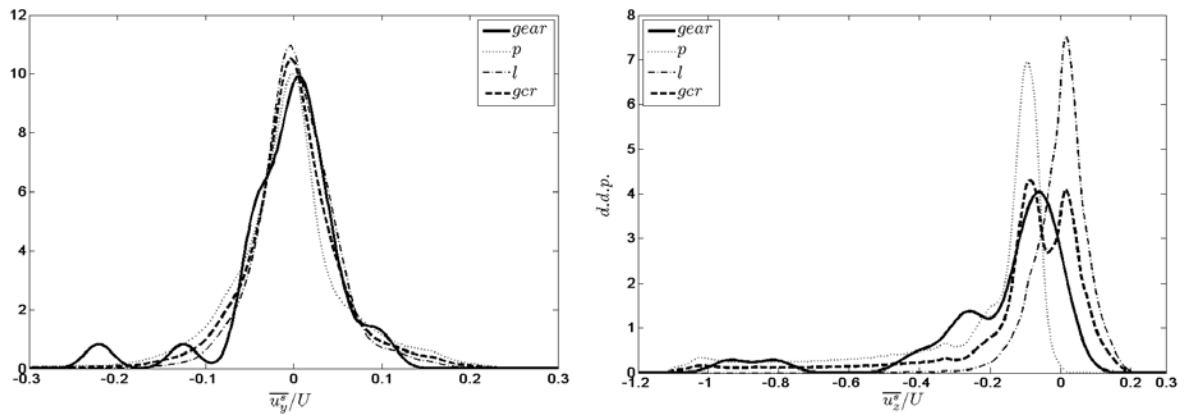


Figure 6.4 : Densité de probabilité de la fluctuation spatiale pour $Re_s = 1037$.

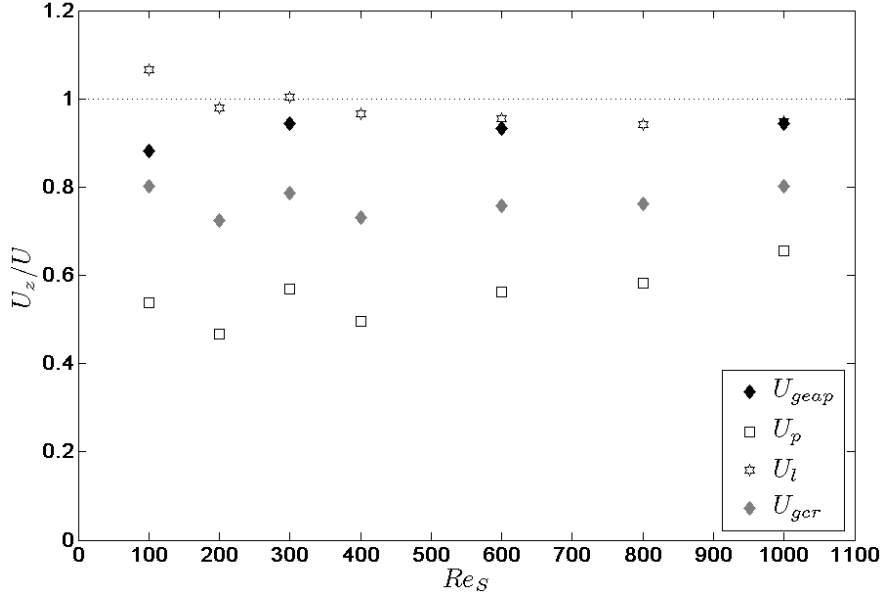


Figure 6.5 : Vitesse moyenne globale par région

Les figures 6.1-6.4 montrent comment les densités de probabilités globales des fluctuations spatiales latérale et longitudinale, $\overline{u_y^s}$ et $\overline{u_z^s}$, sont obtenues par combinaison des régions pour les quatre nombres de Reynolds Re_s égaux à 119, 340, 650 et 1037. A chaque fois, la densité globale obtenue par *CR* est comparée à celle obtenue par *EAP*. Concernant la fluctuation transversale, l'accord entre les *d.d.p.* globale des deux méthodes est bon malgré le peu de points disponibles pour l'estimation par *EAP*. Concernant la fluctuation longitudinale, si les *d.d.p.* des deux méthodes montrent des allures semblables, les probabilités ne sont pas centrées autour de la même valeur. Si les échantillons considérés pour la méthode *CR* comme pour la méthode *EAP* étaient parfaitement représentatifs de l'ensemble du réseau, les vitesses moyennes U_{gcr} et U_{geap} seraient toutes deux égales à la vitesse débitante U dans le réseau et donc les moyennes des fluctuations spatiales $\overline{u_{zgeap}^s}$ et $\overline{u_{zgcr}^s}$ seraient nulles. La figure 6.5 montre que ce n'est pas le cas. Concernant la méthode *EAP*, on voit que, à part pour $Re_s = 119$, U_{geap} est remarquablement proche de U . En revanche, concernant la méthode *CR*, on voit que si la vitesse moyenne dans la *région lointaine* U_l est proche de U , celle de la *région proche* U_p en est environ inférieure de 40%. La vitesse moyenne globale U_{gcr} étant la moyenne arithmétique des deux, elle est

inférieure de 20% à la vitesse débitante U . Pour juger si cet échec à prédire la vitesse moyenne a un impact sur les autres propriétés de la $d.d.p.$, nous avons représenté sur les figures 6.6 à 6.9 les $d.d.p.$ des fluctuations spatiales globales centrées autour de leurs moyennes respectives. On observe alors un bon accord entre les $d.d.p.$ spatiales fournies par les deux méthodes, en particulier au plus grand nombre de Reynolds ($Re_s = 1037$).

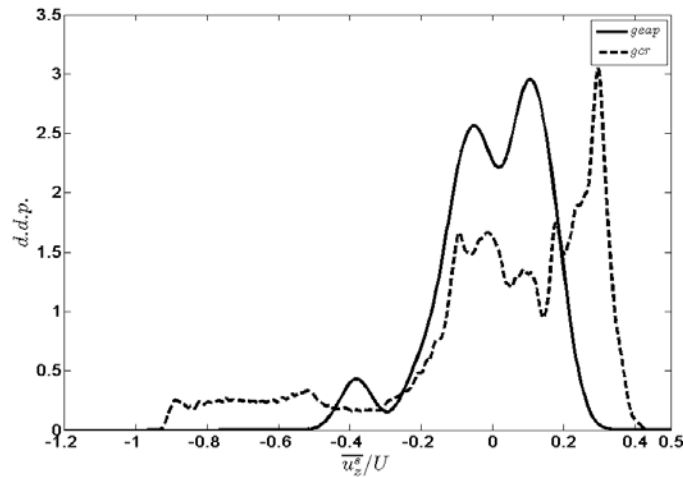


Figure 6.6 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation spatiale verticale pour $Re_s = 119$

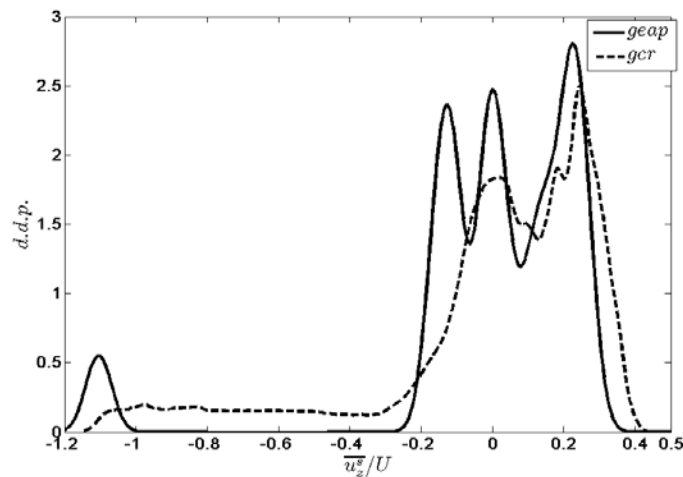


Figure 6.7 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation spatiale verticale pour $Re_s = 340$

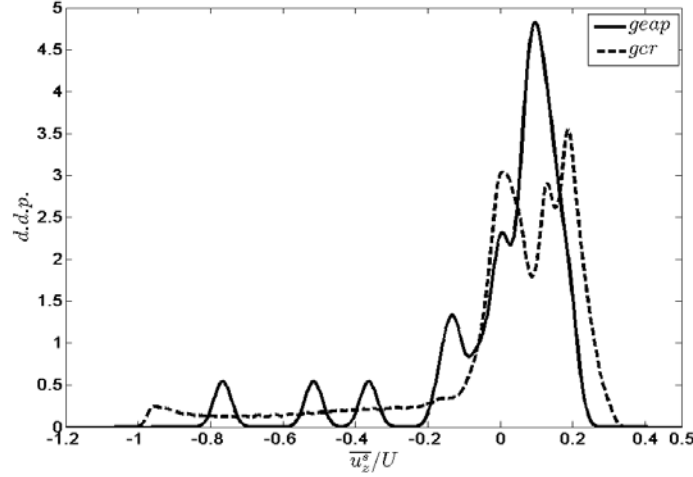


Figure 6.8 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation spatiale verticale pour $Re_s = 650$

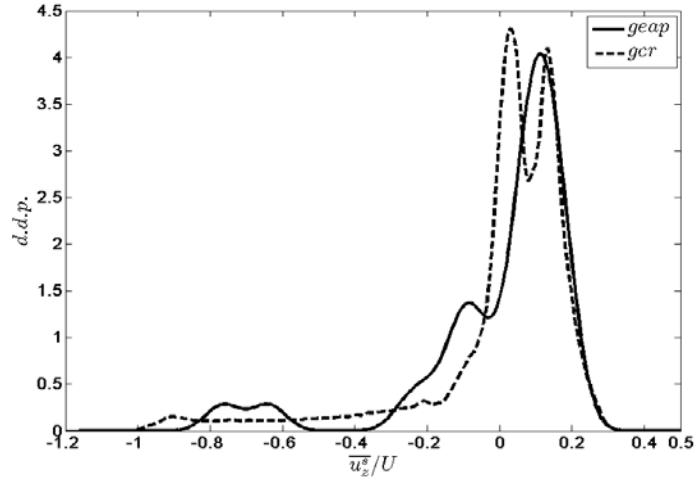


Figure 6.9 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation spatiale verticale pour $Re_s = 1037$

Les figures 6.10-6.13 montrent les *d.d.p.* des fluctuations temporelles, u_y' et u_z' , en adoptant une présentation similaire à celle des figures 6.1-6.4. Ici, les fluctuations longitudinales comme les transversales sont bien centrées et peuvent donc être aisément comparées. A $Re_s = 119$, la *d.d.p.* par méthode *EAP* est beaucoup plus large que la *d.d.p.* par méthode *CR*. A notre avis, ceci ne provient ni d'un problème de biais ni d'un problème de convergence statistique, mais plutôt de la limite de la LDA à mesurer des vitesses qui sont dans ce cas de l'ordre du dixième de millimètre par seconde. Le bruit inhérent à cette technique conduit à une surestimation de la variance bien que les vitesses moyennes puissent être déterminées avec précision. Lorsqu'on augmente la vitesse débitante pour augmenter le nombre de Reynolds, la LDA devient de plus en plus précise et les écarts entre les résultats issus de la PIV et de la LDA se rapprochent. A $Re_s = 1037$, on observe un accord satisfaisant entre les *d.d.p.* globales obtenues par les méthodes *EAP* et *CR*.

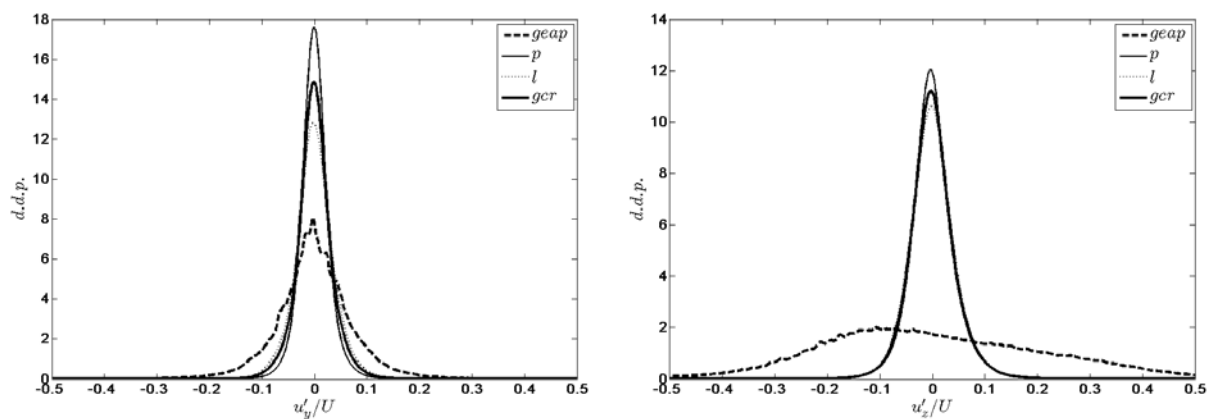


Figure 6.10 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation temporelle pour $Re_s = 119$

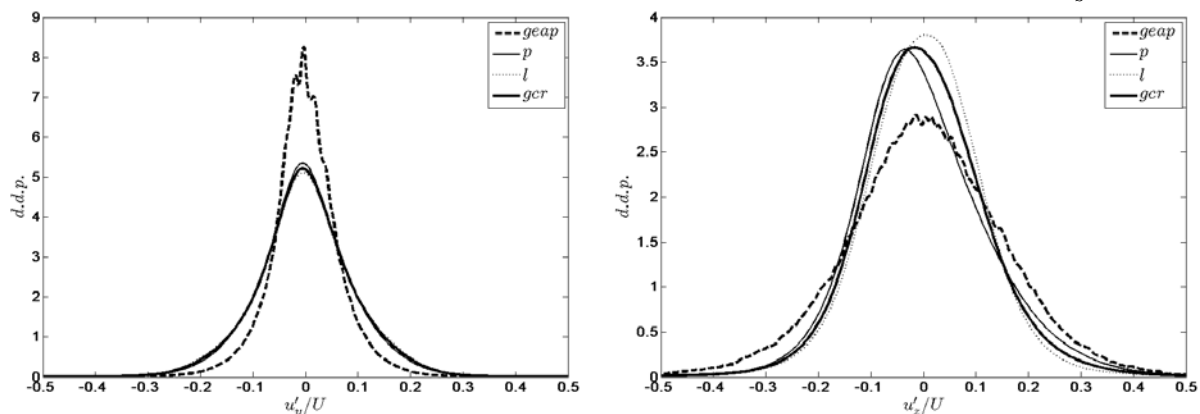


Figure 6.11 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation temporelle pour $Re_s = 340$

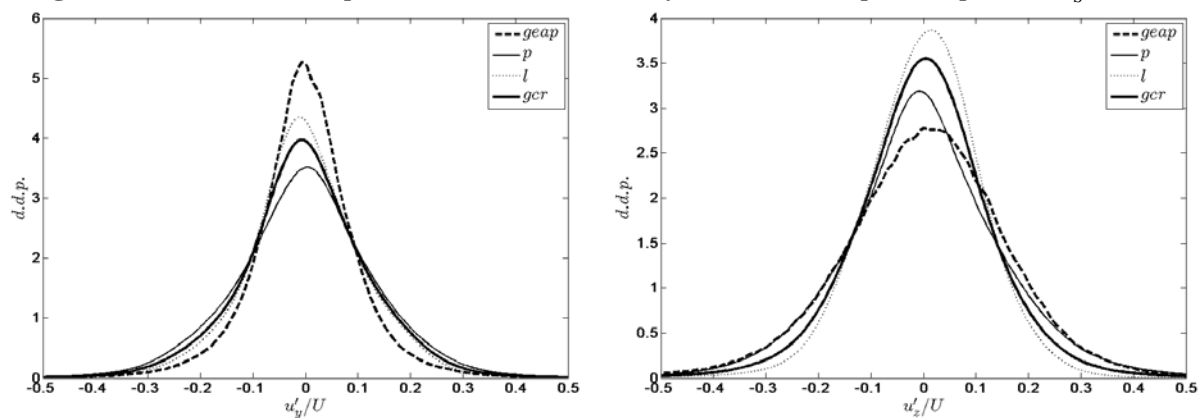


Figure 6.12 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation temporelle pour $Re_s = 650$

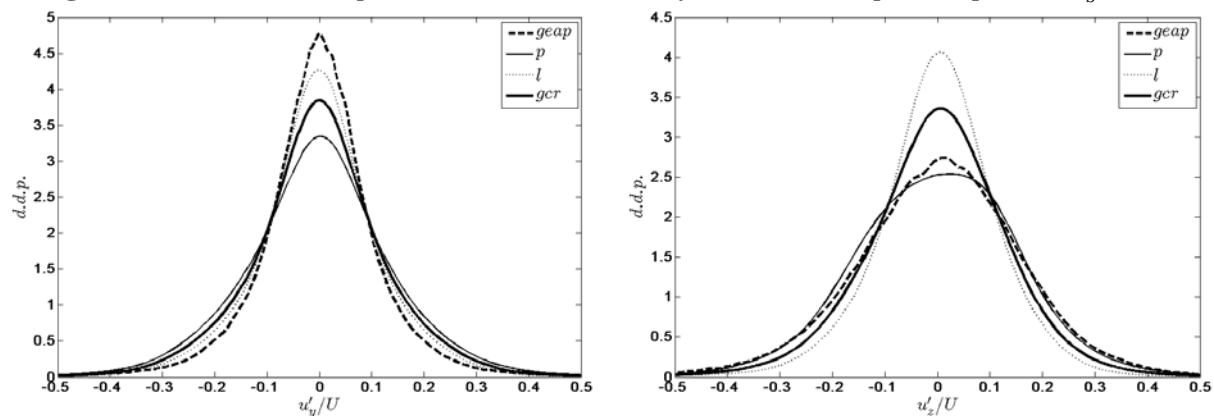
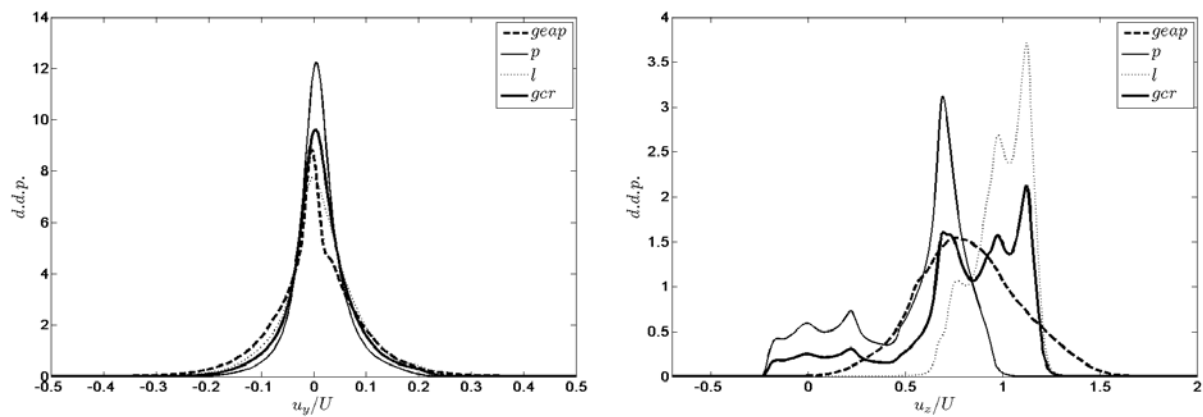
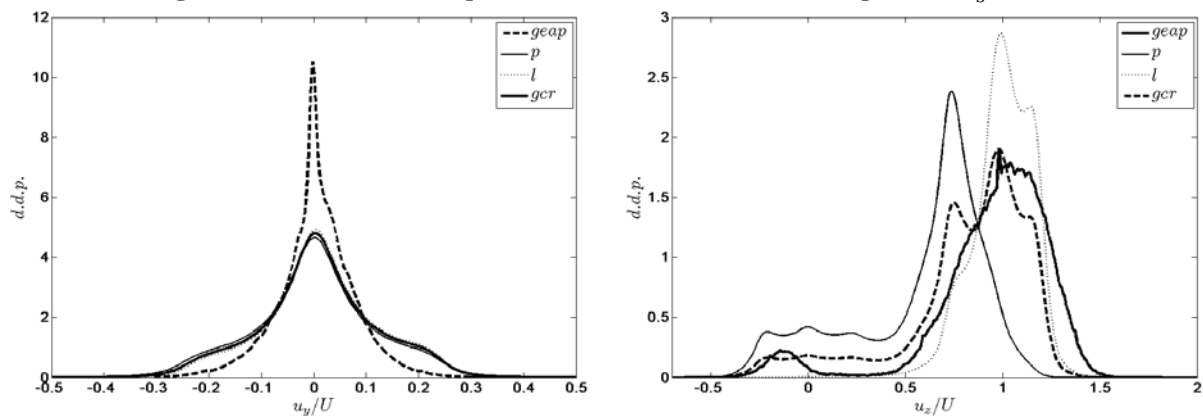
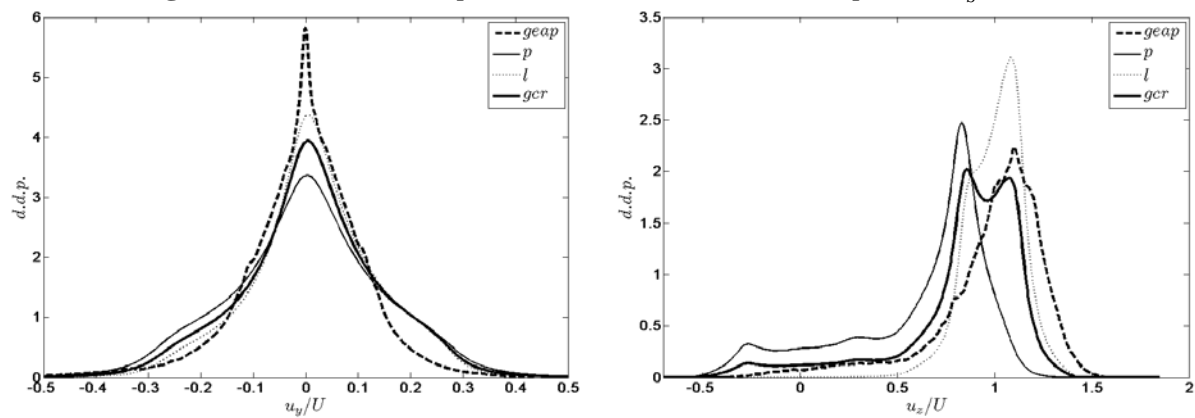
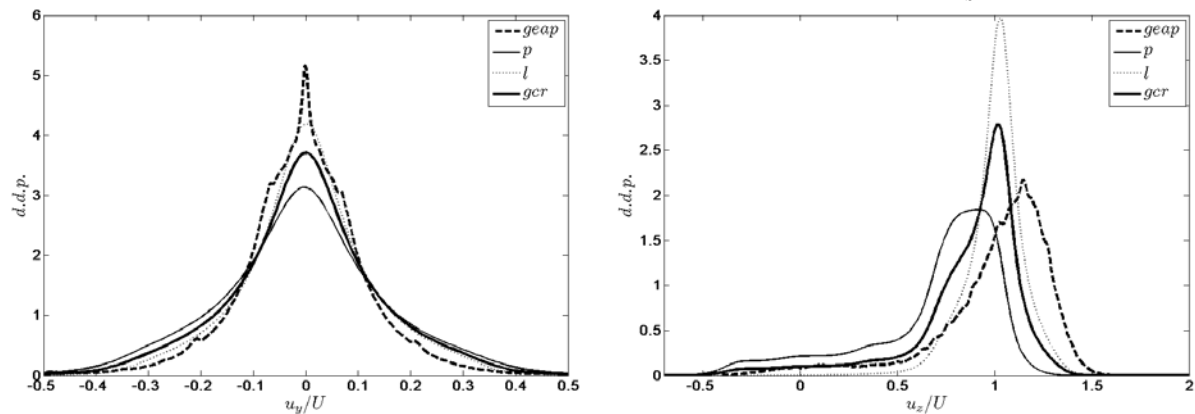


Figure 6.13 : Densité de probabilité centrée de la fluctuation temporelle pour $Re_s = 1037$

Figure 6.14 : Densité de probabilité de la vitesse totale pour $Re_s = 119$ Figure 6.15 : Densité de probabilité de la vitesse totale pour $Re_s = 340$ Figure 6.16 : Densité de probabilité de la vitesse totale pour $Re_s = 650$ Figure 6.17 : Densité de probabilité de la vitesse totale pour $Re_s = 1037$

Les figures 6.14-6.17 présentent les *d.d.p.* des composantes de la vitesse totale, u_y et u_z . Concernant la composante transversale, les écarts entre les deux méthodes observés à petits nombres de Reynolds proviennent de l'imprécision de la mesure LDA déjà discutée lors de l'analyse des fluctuations temporelles. Concernant la composante longitudinale, le problème de la mauvaise estimation de la moyenne globale se fait aussi sentir. Comme pour les *d.d.p.* des fluctuations spatiales, l'accord entre les deux méthodes est bien meilleur si l'on considère les *d.d.p.* centrées de u_z (figures 6.18 à 6.21). La contribution des fluctuations spatiales étant dominante dans la direction longitudinale, les *d.d.p.* centrées des deux méthodes montrent un accord satisfaisant dès $Re_s = 340$.

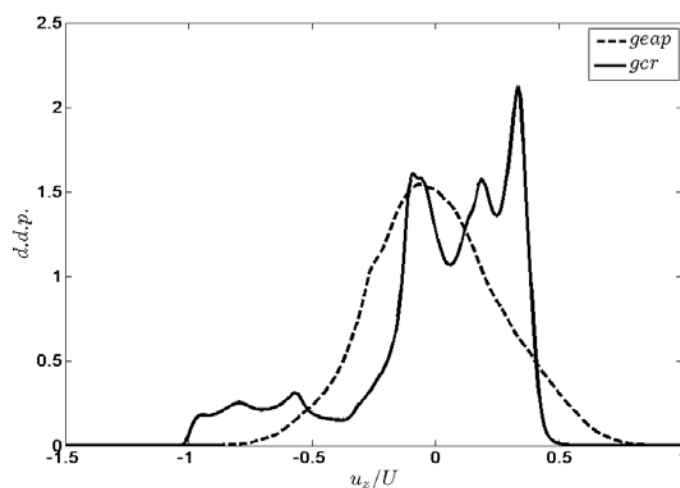


Figure 6.18 : Densité de probabilité centrée de la vitesse totale pour $Re_s = 119$

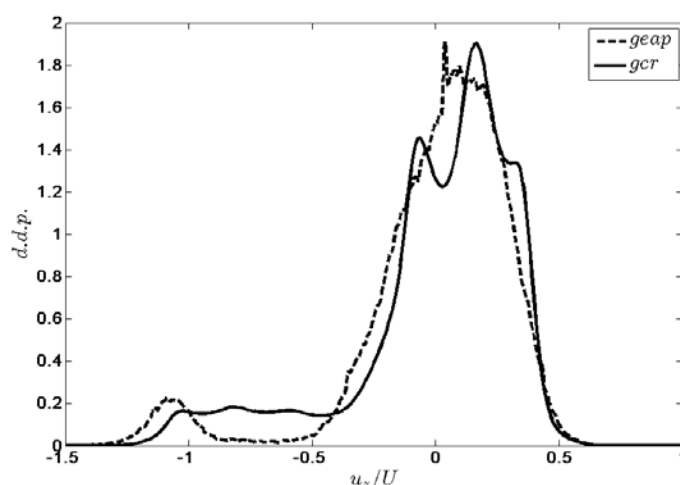


Figure 6.19 : Densité de probabilité centrée de la vitesse totale pour $Re_s = 340$

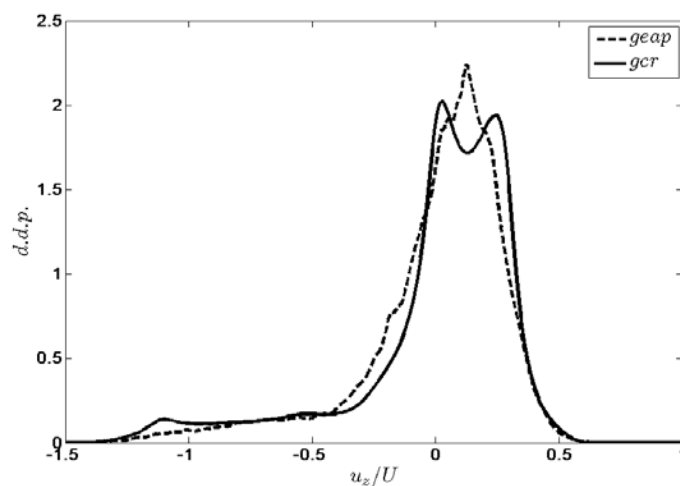


Figure 6.20 : Densité de probabilité centrée de la vitesse totale pour $Re_s = 650$

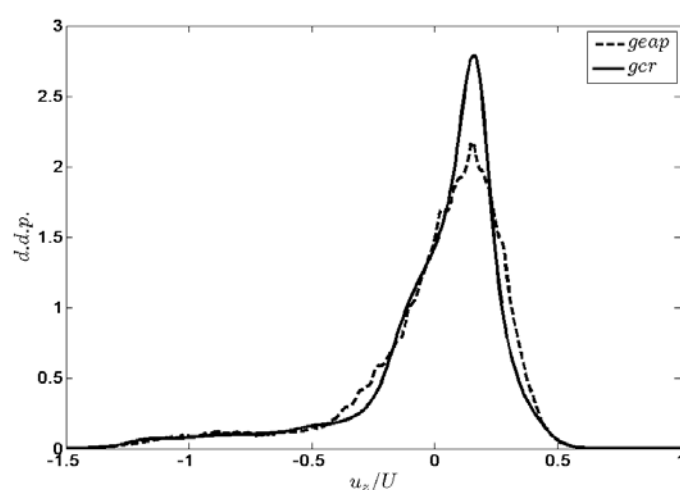


Figure 6.21 : Densité de probabilité centrée de la vitesse totale pour $Re_s = 1037$

En conclusion, le bon accord observé à grand nombre de Reynolds entre les $d.d.p.$ obtenues à partir des deux méthodes indique que la simple combinaison des résultats des *régions proches* et *lointaines* conduit à une description statistique raisonnable de l'agitation dans le réseau.

2.2 Résultats obtenus par combinaison des deux régions

Nous allons maintenant présenter les caractéristiques de l'agitation globale dans le réseau obtenues à l'aide de la méthode *CR*.

La figure 6.22 présente les évolutions en fonction du nombre de Reynolds des variances des fluctuations temporelles, spatiales et totales calculées à partir des $d.d.p.$ globales

présentées au paragraphe précédent¹. Concernant la composante transversale, on voit que la variance spatiale est à peu près indépendante de Re_s alors que la variance temporelle est une fonction croissante de Re_s . Aussi, si la fluctuations spatiale domine à $Re_s = 119$, la temporelle fait jeu égal avec la spatiale à $Re_s = 234$ puis domine nettement aux nombres de Reynolds plus grands. Dans la direction verticale, la fluctuation temporelle a un comportement similaire. Aux grands nombres de Reynolds, la fluctuation temporelle devient d'ailleurs à peu près égale à son homologue transversal et indépendante de Re_s . Cependant, contrairement à ce qui est observé dans la direction transversale, la fluctuation spatiale, bien que décroissant avec Re_s , domine très nettement dans toute la gamme de nombres de Reynolds.

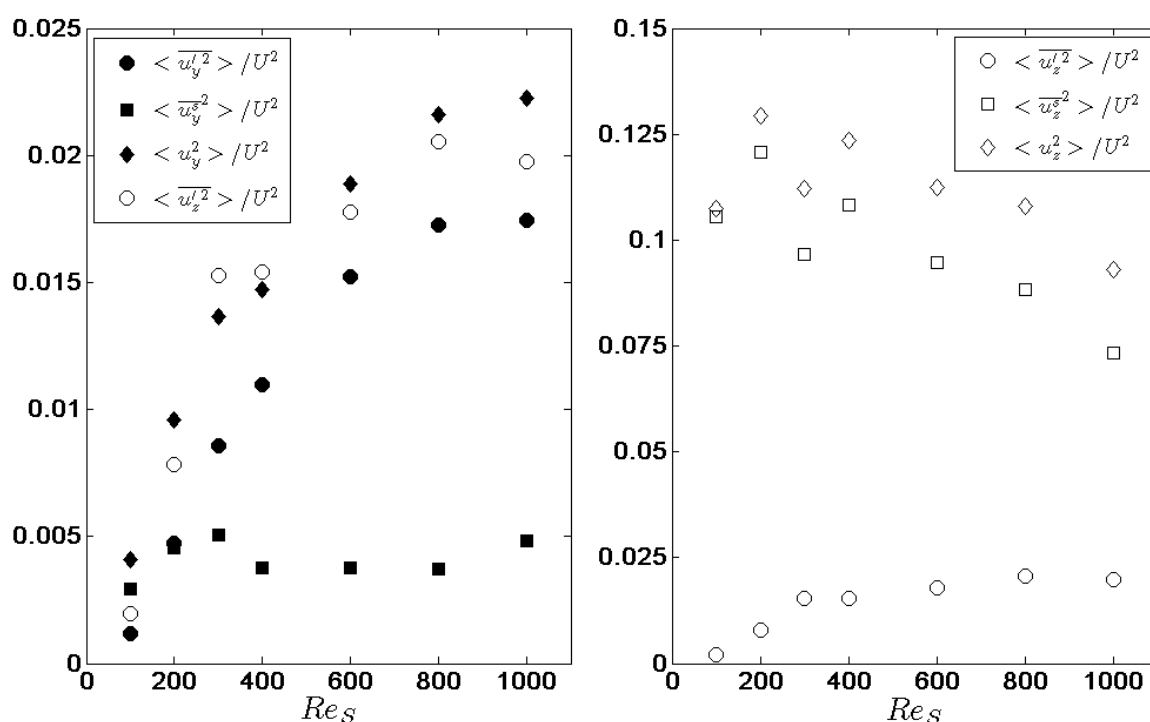


Figure 6.22 : *Variance des fluctuations temporelles, spatiales et totales dans les deux directions d'écoulement, longitudinale et transversale.*

L'évolution de l'énergie des fluctuations ayant été décrite à l'aide des variances, nous allons nous intéresser à la distribution statistique de leurs valeurs en analysant leurs densités de probabilités centrées réduites.

¹ Il faut noter que la variance de la fluctuation spatiale longitudinale est différente de la composante $\langle \overline{u_z^s}^2 \rangle$ discutée au chapitre 5 (Figure 5.15) qui n'était pas un moment centré par rapport à la moyenne de l'échantillon, mais par rapport à la vitesse débitante. Le choix de considérer ici le moment centré de l'échantillon est dicté par le fait que la concordance entre les méthodes EAP et CR n'est obtenue que pour les d.d.p. centrées.

La figure 6.23 présente la *d.d.p.* centrée des fluctuations spatiales normées par leur écart-type. Dans la direction transversale, on observe une *d.d.p.* symétrique qui évolue remarquablement peu avec le nombre de Reynolds. Dans la direction verticale, la *d.d.p.* est formée de deux parties. Une région en cloche à peu près symétrique centrée autour d'une valeur positive et une longue queue qui s'étend dans la direction des fluctuations négatives. Lorsque Re_s augmente, la queue s'allonge et la cloche se resserre. Cependant alors que l'allongement de la queue se poursuit encore entre $Re_s = 845$ et 1037 , le resserrement de la cloche semble s'arrêter à partir de $Re_s = 450$.

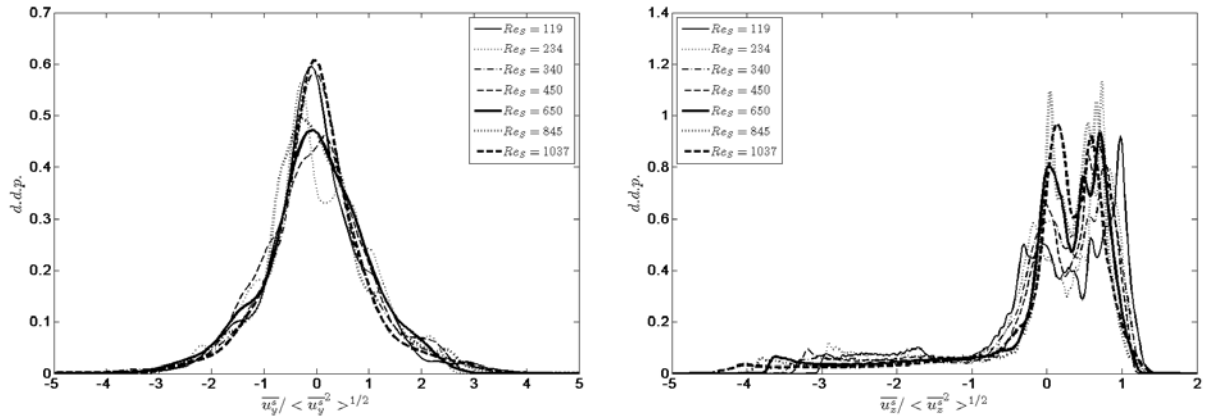


Figure 6.23 : Densité de probabilité centrée réduite des fluctuations spatiales.

La figure 6.24 présente la *d.d.p.* des fluctuations temporelles normées par leur écart-type. Que ce soit dans la direction longitudinale ou la direction transversale, les *d.d.p.* adopte une forme en cloche totalement indépendante du nombre de Reynolds.

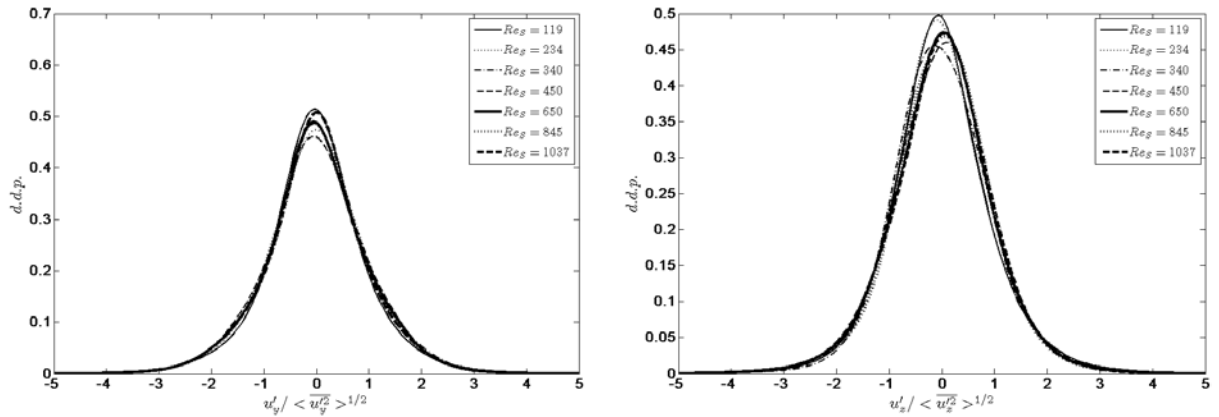


Figure 6.24 : Densité de probabilité centrée réduite des fluctuations temporelles.

La figure 6.25 présente la *d.d.p.* des fluctuations totales normées par leur écart-type. Dans la direction horizontale, les fluctuations étant dominée par la contribution temporelle, on observe une *d.d.p.* de nouveau indépendante de Re_s . (Une faible évolution est visible pour $Re_s \leq 340$ car la fluctuation spatiale évolue un petit peu dans cette gamme et n'est pas encore négligeable devant la temporelle). Dans la direction longitudinale, la fluctuation étant très nettement dominée par la fluctuation spatiale, sa *d.d.p.* adopte un comportement semblable à celle de la fluctuation spatiale. L'évolution avec Re_s est juste un peu atténuée du fait de la petite contribution de la composante temporelle qui est elle invariante avec Re_s .

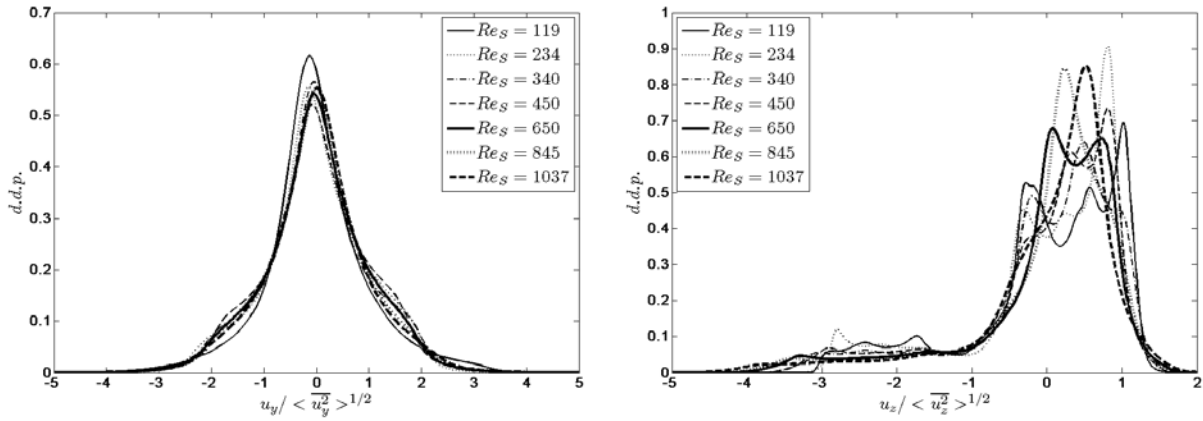


Figure 6.25 : Densité de probabilité centrée réduite des fluctuations totales.

Nous avons aussi estimé les densités spectrales d'énergie globale grâce à la méthode CR. Dans la suite, tous les spectres ont été normalisés de la façon décrite au chapitre 5, c'est-à-dire en utilisant la variance de la fluctuation considérée et l'échelle intégrale Λ déterminée à partir du spectre de la fluctuation temporelle transversale. La figure 6.26 présente les spectres des deux composantes de la fluctuation spatiale pour tous les nombres de Reynolds explorés. On retrouve dans le spectre global normalisé les caractéristiques déjà observées pour les spectres des *régions proches* et *lointaines* : très faible dépendance avec le nombre de Reynolds et existence d'une gamme d'échelle dans laquelle la densité d'énergie évolue comme la puissance 3 de la longueur d'onde λ . La figure 6.27 présente les spectres des deux composantes de la fluctuation temporelle. Le regroupement des résultats obtenus pour les différents Reynolds est ici excellent pour $Re_s \geq 340$ et la région en λ^3 est bien visible. (Il faut cependant noter que l'échelle Λ utilisée pour la normalisation est calculée à partir de la fluctuation temporelle, ce qui explique en partie la meilleure superposition observée pour le temporel par rapport au spatial.). Enfin, la figure 6.28 présente le spectre de la fluctuation

totale. Pour comprendre sa forme il faut se souvenir que la fluctuation temporelle domine au petites longueurs d'onde quelles que soient la région ou la composante considérée ; la fluctuation spatiale ne joue en effet un rôle prépondérant que pour la fluctuation longitudinale et aux plus grandes longueurs d'onde (voir chapitre 5). Au final, on obtient des spectres totaux normalisés de la fluctuation latérale, psd_{yy} , qui dépendent encore moins de Re_s que les spectres temporels et exhibent une remarquable évolution en λ^3 . Quant aux spectres transversaux de la fluctuation longitudinale psd_{zy} , ils ne dépendent de Re_s que pour les longueurs d'onde comprises entre $\Lambda/10$ et $\Lambda/3$, et se comportent comme psd_{yy} partout ailleurs.

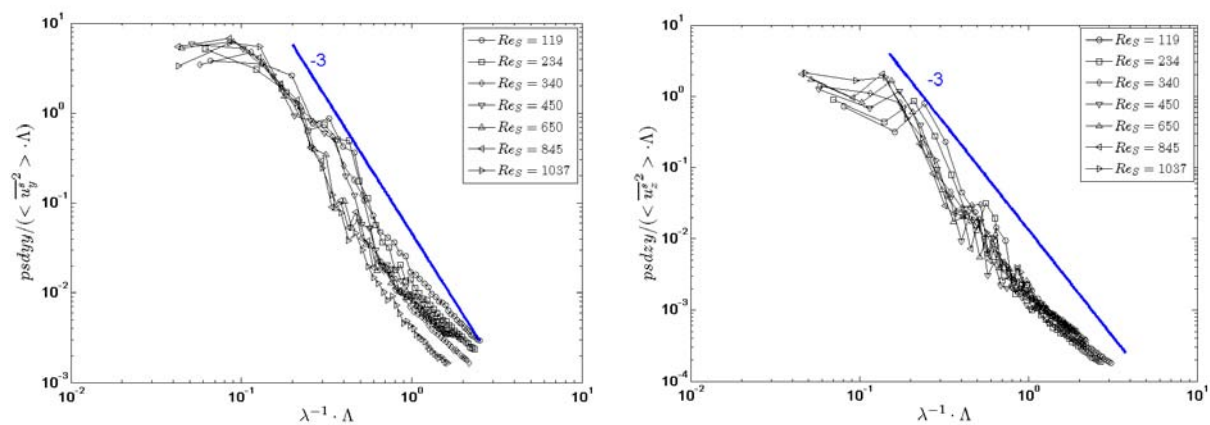


Figure 6.26 : Densité spectrale d'énergie de la fluctuation spatiale.

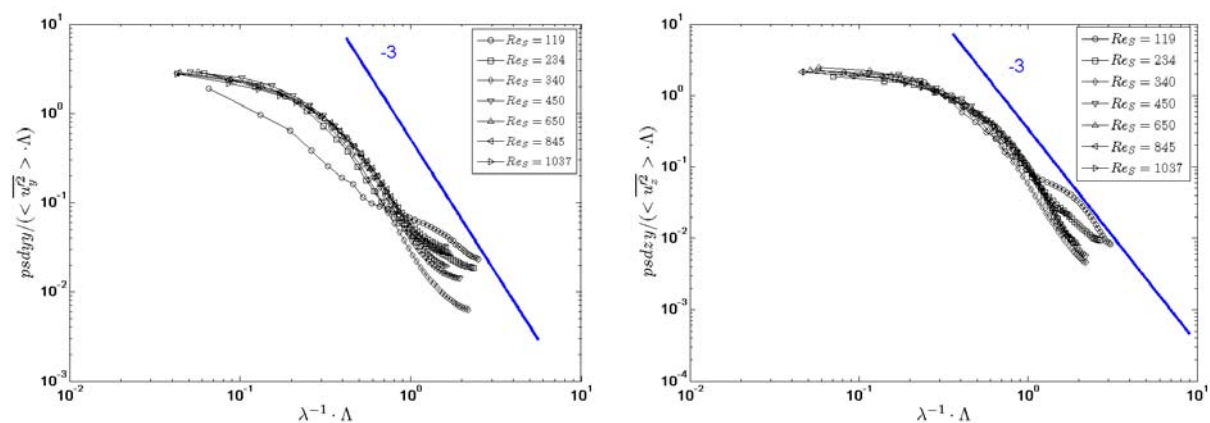


Figure 6.27 : Densité spectrale d'énergie de la fluctuation temporelle.

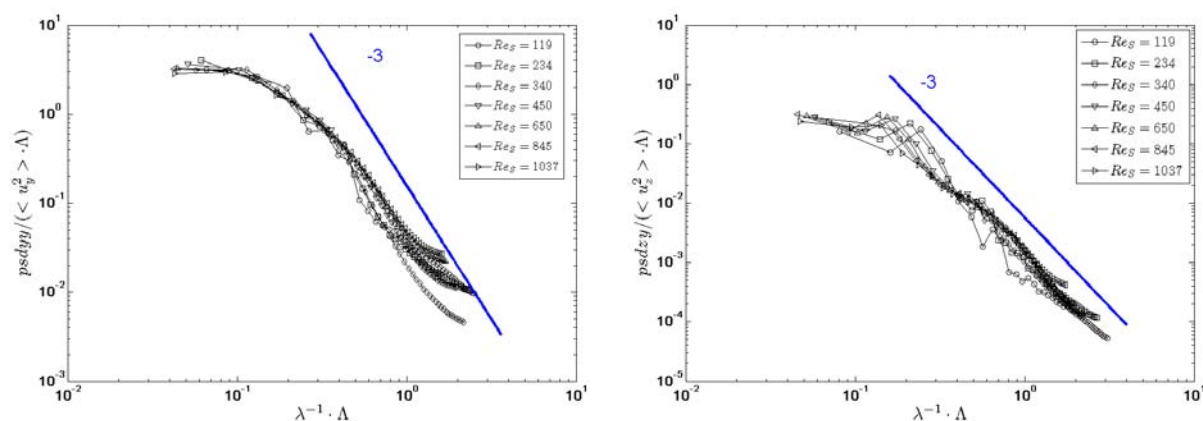


Figure 6.28 : Densité spectrale d'énergie de la fluctuation totale.

3. Comparaison avec les écoulements à bulles

Nous venons de décrire les principales caractéristiques de l'agitation au sein du réseau. Il n'a déjà pas été aisé d'obtenir cette description homogénéisée à l'échelle du réseau à partir des données que nous avons acquises dans des régions particulières. Nous ne sommes cependant pas encore au bout du chemin car il se pose toujours la question de savoir si les résultats obtenus dans le réseau que nous avons spécifiquement conçu pour cette étude sont bien représentatifs des écoulements diphasiques en général. Pour tenter d'y répondre, nous allons maintenant comparer les résultats de ce travail à d'autres résultats expérimentaux qui ont été obtenus précédemment au sein de notre équipe pour des écoulements à bulles lors de trois thèses : Ellingsen (1998), Larue de Tournemine (2001) et Riboux (2007). Les trois thèses ont étudié des essaims homogènes de bulles en ascension dans de l'eau. Les bulles avaient des diamètres compris entre 1,6 et 2,5 mm, les nombres de Reynolds Re_s étaient compris entre 500 et 800 et leurs formes ressemblaient à des ellipsoïdes de révolution aplatis de rapports de forme compris entre 1,4 et 2. Les comparaisons que nous allons présenter concerneront les densités de probabilités et les densités spectrales d'énergie des fluctuations de vitesse et la décroissance des sillages.

3.1 Densités de probabilités des fluctuations de vitesse

Dans un essaim de bulles en ascension, les bulles se déplacent par rapport au point de mesure et il n'est donc pas possible de distinguer les fluctuations spatiales des fluctuations

temporelles. Dans la suite, ce sera donc la fluctuation globale dans le réseau qui sera comparée aux fluctuations mesurées dans les essaims de bulles.

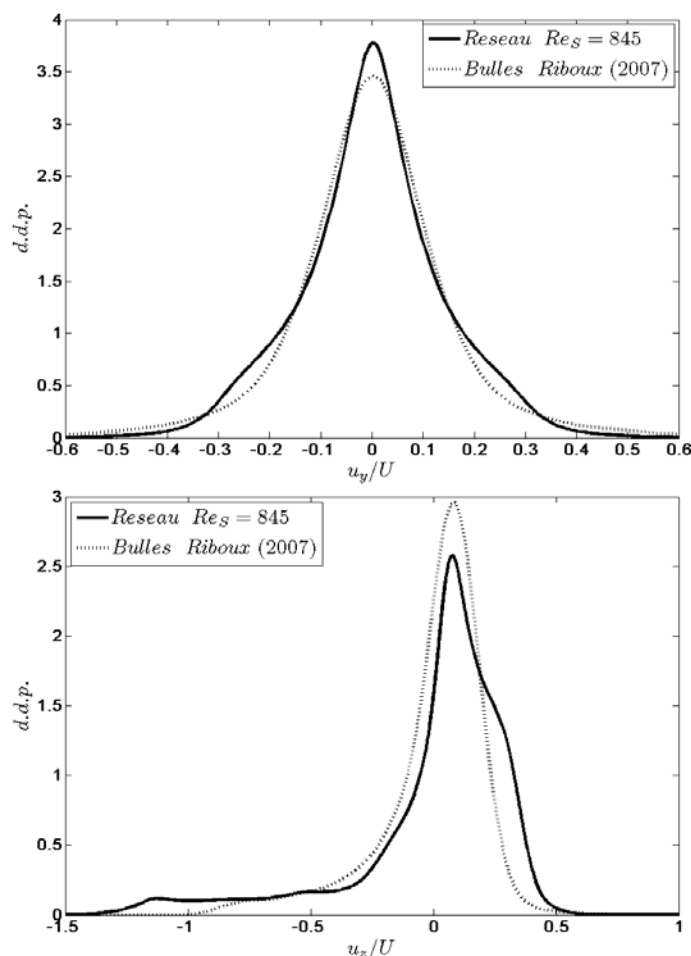


Figure 6.29 : Densité de probabilité centrée des fluctuations de vitesse longitudinales (en bas) et transversale (en haut) pour le réseau et l'essaim de bulles ($\alpha = 2\%$)

La figure 6.29 compare les $d.d.p.$ centrées des fluctuations totales globales obtenue à $Re_s = 845$ dans le réseau à la $d.d.p.$ des fluctuations de vitesse du liquide mesurées par LDA en un point fixe situé au milieu d'un essaim de bulles en ascension. Les $d.d.p.$ tracées ici ont été obtenue par Riboux (2007) dans un essaim homogène de bulles d'air de $2,5mm$ de diamètre en ascension dans de l'eau à $Re_s = 760$. Les résultats ont été obtenus à une fraction volumique de $\alpha = 1,7\%$, mais l'échelle de vitesse a été corrigée par la loi de similitude en $\alpha^{0,4}$ (Risso & Ellingsen, 2002) pour que les $d.d.p.$ correspondent exactement à la fraction volumique du réseau, soit 2% . Pour permettre la comparaison, les fluctuations de vitesse dans le réseau ont été normalisées par la vitesse débitante ($U = 4,2cm/s$) tandis que celle de l'essaim de bulles l'ont été par la vitesse d'ascension des bulles ($U = 30,5m/s$). Compte tenu

des différences entre les deux situations, l'accord entre les résultats du réseau et de l'essai, tant pour la direction transversale que pour la direction longitudinale, est étonnamment bon : non seulement les formes sont semblables mais les intensités des fluctuations, mesurées par la largeur des *d.d.p.*, sont similaires.

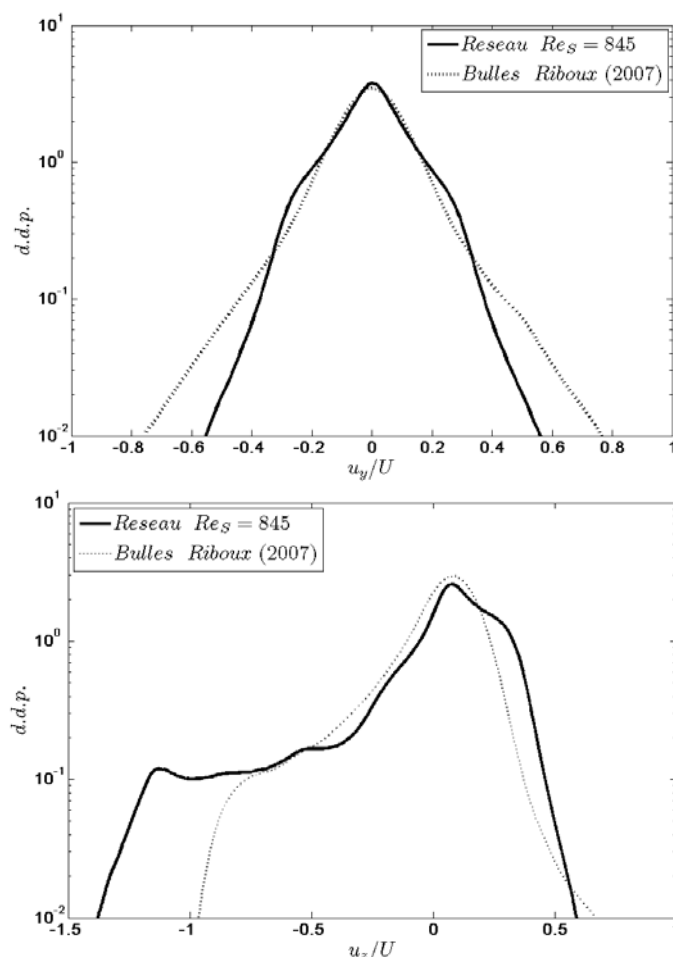


Figure 6.30 : Représentation semi-logarithmique de la densité de probabilité centrée des fluctuations de vitesse longitudinales (en bas) et transversale (en haut) pour le réseau et l'essai de bulles ($\alpha = 2\%$)

La figure 6.30 propose une représentation semi-logarithmique des mêmes résultats qui permet de pointer le comportement non-gaussien des fluctuations et de mettre l'accent sur les différences entre le réseau et l'essai. Concernant les fluctuations transversales (sous-figure du haut), les résultats du réseau et de l'essai sont en excellent accord pour $u_y/U \geq 0,4$, c'est-à-dire pour toutes les densités de probabilité supérieures à 2% de la valeur maximum. Concernant les fluctuations longitudinales (sous-figure du bas), l'accord est de nouveau très bon pour la partie en forme de cloche et le début de la queue du côté des vitesses négatives. En revanche, la queue est plus courte dans le cas de l'essai. Cette différence ne traduit

cependant vraisemblablement pas un désaccord réel puisque la méthode de mesure utilisée dans l'écoulement de bulles n'a été validée que dans la gamme allant de $-0,5U$ à $+0,5U$. A la précision des mesures et des estimations statistiques, les résultats du réseau de sphères fixes et de l'essaim de bulles en ascension sont donc semblables.

3.2 Densités spectrales d'énergie

L'existence d'une gamme de longueurs d'onde pour lesquels les spectres des fluctuations de vitesse du liquide dans les écoulements à bulles suivent une loi en λ^3 a été mise en évidence pour la première fois par Lance & Bataille (1991). Elle a depuis été retrouvée par un certains nombres d'auteurs dont Wang et al (1990) et Larue de Tournemine (2001). Plus récemment, Riboux (2007) a montré que l'échelle intégrale Λ des fluctuations était reliée au diamètre d des bulles et à leur coefficient de traînée C_d par la relation $\Lambda \approx d/C_d$. En utilisant cette échelle intégrale et la variance des fluctuations pour normaliser les spectres, il a pu superposer tous les spectres qu'il a mesurés par PIV dans le sillage de différents essaims de bulles de diamètres compris entre 1,6 et 2,5mm ($540 \leq Re_s \leq 760$) et pour des fractions volumiques comprises entre 0,5% et 7%. Ces spectres se superposent aussi bien avec ceux de Larue de Tournemine ($d = 1,6mm$) et de Lance et Bataille ($d = 5mm$). Ainsi normalisés, les spectres des fluctuations dans les écoulements à bulles sont donc indépendants de la fraction volumique et du nombre de Reynolds.

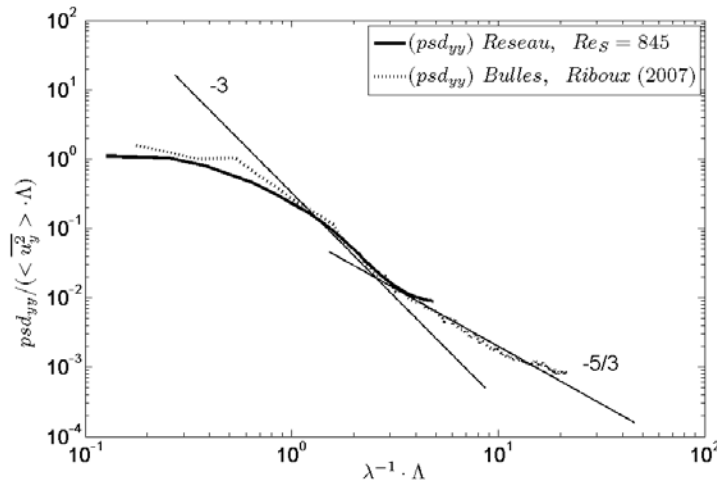


Figure 6.31 : Densité spectrale d'énergie psd_{yy} de la fluctuation transversale dans le réseau comparée à celle mesurée dans l'essaim de bulles par Riboux (2007).

La figure 6.31 compare le spectre transversal de la fluctuation transversale psd_{yy} obtenu dans le réseau à celui mesuré pour un essaim de bulles par Riboux (2007). Les deux spectres sont normalisés par leurs variances et leurs échelles intégrales respectives. On observe que l'accord est excellent.

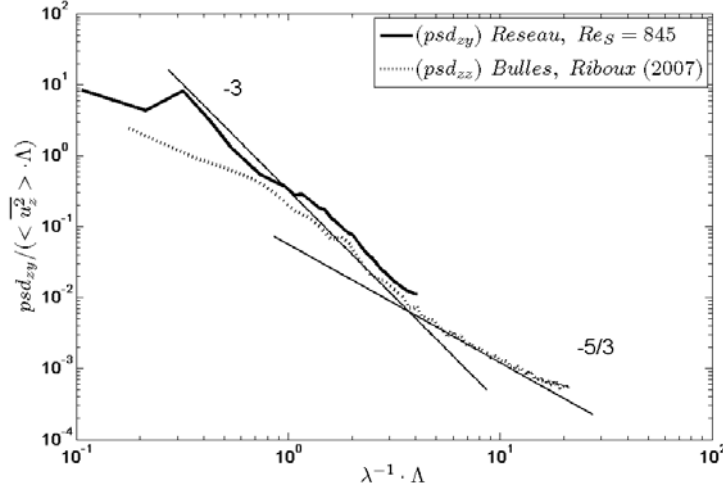


Figure 6.32 : Densité spectrale d'énergie psd_{zy} de la fluctuation longitudinale suivant la direction transversale dans le réseau et spectre longitudinale psd_{zz} de la fluctuation longitudinale suivant la direction longitudinale dans l'essaim de bulles d'après Riboux (2007).

La figure 6.32 compare le spectre transversal de la fluctuation longitudinale psd_{zy} mesuré dans le réseau au spectre longitudinal de la fluctuation longitudinale psd_{zz} de Riboux (2007). La comparaison entre ces deux spectres spatiaux monodimensionnels mesurés le long de directions différentes n'est pas évidente. Cependant, l'accord dans la gamme de longueur d'onde régie par la loi en λ^3 n'est certainement pas un hasard.

Les spectres mesurés dans le réseau sont donc remarquablement semblables à ceux obtenus dans les écoulements à bulles : même indépendance avec le nombre de Reynolds et même gamme de longueur d'onde dans laquelle la densité spectrale d'énergie évolue comme λ^3 . La dynamique des fluctuations du réseau est donc bien la même que celles des écoulements à bulles. Le mécanisme responsable de cette dynamique reste à ce jour inconnu. On peut remarquer qu'une évolution spectrale en λ^3 est observée lorsqu'un forçage externe impose son échelle de temps à la turbulence, comme pour la force de Coriolis en écoulement atmosphérique (Pedlosky, 1987), la force de Lorentz en magnéto-hydrodynamique (Sommeria & Moreau, 1982, Messadek & Moreau, 2002) ou dans des vagues de gravité

(Thais & Magnaudet, 1996). Nous ne voyons cependant pas ce qui pourrait imposer une telle échelle de temps ici. On peut aussi considérer l'explication de Lance & Bataille (1991) qui obtiennent la bonne loi d'échelle en supposant que (i) la densité spectrale de la production d'énergie fluctuante par les sillages ne dépend que du taux de dissipation et du nombre d'onde et que (ii) il n'y pas de transfert d'énergie entre les nombres d'onde. Malheureusement, rien ne permet d'étayer ces hypothèses et, au contraire, cette interprétation se heurte au fait que les sillages n'ont pas besoin d'être turbulents pour qu'on observe le comportement spectral en λ^3 .

Nous n'avons pas de nouveau mécanisme physique à proposer aujourd'hui. Outre avoir montré que l'écoulement au travers d'un réseau de sphères fixes reproduisait le comportement spectral des écoulements à bulles, notre contribution au problème est d'avoir montré deux faits qui devront être pris en compte dans les développements théoriques ultérieurs. D'une part, dans la gamme de longueur d'onde concernée par la loi λ^3 , le spectre est dominé par la fluctuation temporelle. D'autre part, la loi en λ^3 est observée à la fois dans le spectre de la fluctuation spatiale et dans celui de la fluctuation temporelle.

3.3 Atténuation des sillages

Risso & Ellingsen (2002) ont observé que le sillage d'une bulle située dans un essaim de bulles semblables s'atténuait très rapidement par rapport au sillage de la même bulle lorsque celle-ci est isolée, et ceci même pour des fractions volumiques aussi faible que 0,5%. Roig & Larue de Tournemine (2007) ont mesuré la perturbation de vitesse créée par une bulle au sein d'un essaim et trouvé qu'elle décroissait exponentiellement avec la distance en aval de la bulle. Risso et al (2008) ont ensuite montré que l'échelle de longueur de cette décroissance ne dépendait pas de la fraction volumique et était proportionnelle à l'échelle intégrale Λ des fluctuations de vitesse du liquide.

La figure 6.33 présente l'atténuation du déficit de vitesse derrière une sphère au sein du réseau. C'est la même que la figure 4.9 du chapitre 4 mais en représentation semi-logarithmique. Elle montre que, comme pour les écoulements à bulles, l'atténuation du sillage est exponentielle avec une échelle de longueur indépendante du nombre de Reynolds proche de $0,25d$, soit environ $0,25\Lambda$.

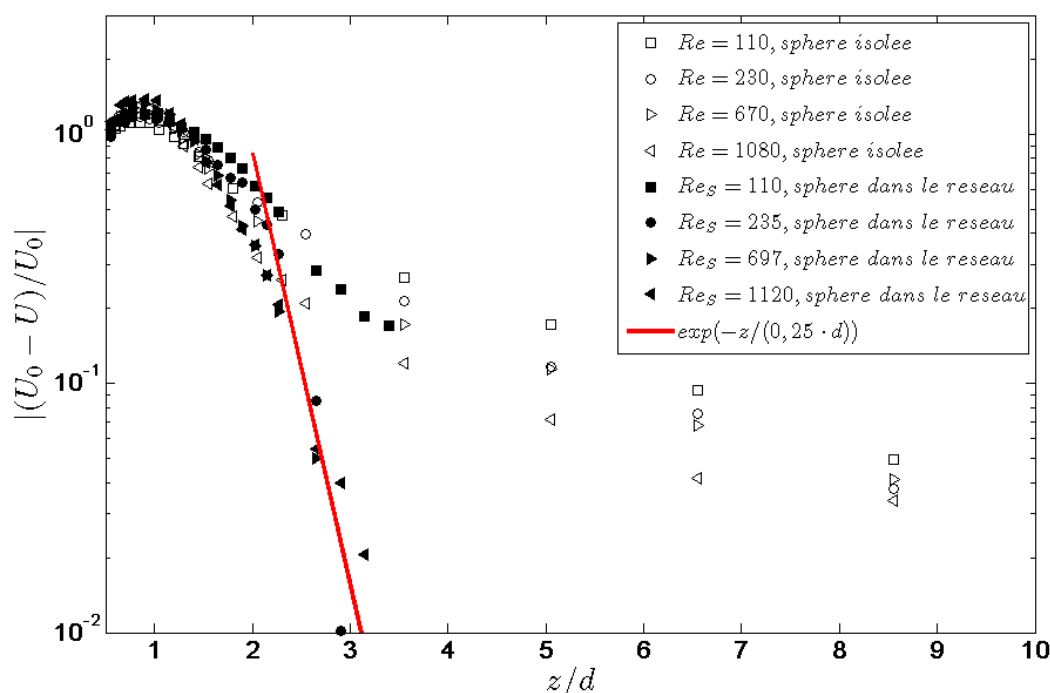


Figure 6.33 : Atténuation du déficit de vitesse dans le sillage d'une sphère.
symboles vides : sphère isolée, symbole pleins : sphère dans le réseau.

Il semble donc que la très rapide atténuation des sillages dans le réseau, dont nous avons déjà montré qu'elle était radicalement différente de celle produite par une turbulence de cisaillement, est de la même nature que celle observée dans les écoulements à bulles.

4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une description statistique de l'agitation homogénéisée à l'échelle du réseau. Pour ce faire, nous avons fusionné les échantillons des mesures collectés dans les deux régions particulières *proche* et *lointaine* définies au chapitre 5. Nous avons vérifié que cette méthode d'estimation statistique ne souffrait pas de biais statistiques significatifs en comparant les densités de probabilités ainsi obtenues avec celles estimées à partir d'un échantillonnage aléatoire ponctuel dans le réseau. En fait, seule la vitesse moyenne verticale globale est entachée d'une erreur significative d'environ 20%. Une fois centrée, les densités de probabilités représentent fidèlement les statistiques des fluctuations de vitesse dans l'ensemble du réseau.

Les densités de probabilités globales du réseau présentent les caractéristiques suivantes. Les fluctuations temporelles transversales et longitudinales ont un comportement analogue décrit par des *d.d.p.* bien symétriques. Pour $Re_s \geq 600$, les fluctuations temporelles deviennent à peu près isotropes et indépendantes du nombre de Reynolds. Le comportement des fluctuations spatiales nécessite de distinguer les directions longitudinale et transversale. Les fluctuations spatiales transversales ont des *d.d.p.* symétriques et dépendent peu du nombre de Reynolds dans toute la gamme explorée. Les fluctuations spatiales longitudinales ont des *d.d.p.* globalement dissymétriques constituées d'une partie en cloche à peu près symétriques, qui ressemble à la *d.d.p.* des fluctuations transversales, et une queue vers les fluctuations négatives qui traduit le déficit de vitesse dans les sillages. Après normalisation par leur écart-type, la partie en cloche des *d.d.p.* spatiale longitudinale semble cesser de varier alors que le nombre de Reynolds croît tandis que la queue continue de s'allonger.

Les fluctuations totales résultent de la combinaison des fluctuations spatiales et temporelles. Dans la direction transversale elles sont dominées par les fluctuations temporelles dès $Re_s \geq 350$ tandis que dans la direction longitudinale elles sont dominées par les fluctuations spatiales pour tous les nombres de Reynolds.

Les densités spectrales d'énergie normalisées des fluctuations temporelles et spatiales adoptent un comportement indépendant du nombre de Reynolds pour $Re_s \geq 250$ et exhibent toutes une évolution en λ^3 sur une large gamme d'échelles. Seul le spectre de la fluctuation spatiale verticale continue de dépendre de Re_s , et ceci seulement aux plus grandes longueurs d'onde. Le partage des rôles entre composantes spatiales et temporelles selon les directions se retrouve dans les densités spectrales d'énergie. D'une part, le spectre de la fluctuation totale transversale est dominé par la fluctuation temporelle. D'autre part, le spectre de la fluctuation totale longitudinale est dominé aux plus grandes échelles par la fluctuation spatiale et ailleurs par la fluctuation temporelle. Au final, on obtient donc des densités spectrales d'énergie de la fluctuation totale qui présentent une évolution en λ^3 indépendante du nombre de Reynolds.

Ces propriétés de l'agitation dans le réseau ont ensuite été comparées à celles de l'agitation dans un essaim de bulles en ascension dans un liquide au repos pour des nombres de Reynolds et des fractions volumiques semblables. Cette comparaison pouvait a priori paraître osée si l'on considère les différences entre les deux situations. Les bulles ont une

forme ellipsoïdale et des mouvements relatifs significatifs les unes par rapport aux autres. D'autre part, nous avons considéré un unique échantillon de sphères limité, tant en nombre qu'en dimension, dans lequel les positions des sphères ne sont pas rigoureusement statistiquement indépendantes à cause des positions discrètes des tiges de soutien. Enfin, le fluide peut glisser à la surface des bulles de gaz tandis qu'il ne peut le faire à la surface des sphères solides. Pourtant, les densités de probabilités, les densités spectrales d'énergie et l'atténuation des sillages observées dans le réseau de sphères et l'essaim de bulles ont été trouvées en remarquable accord.

Nous pensons pouvoir conclure que l'écoulement au travers de notre réseau de sphères est un modèle expérimental représentatif de l'agitation dans les écoulements diphasiques à phase dispersée. Les résultats obtenus dans cette étude sont donc pertinents pour guider la réflexion théorique sur la pseudo-turbulence diphasique.

Conclusion générale

Conclusion générale

L'idée à l'origine de ce travail était de concevoir un modèle expérimental représentatif de l'agitation dans les écoulements à phase dispersée à grand nombre de Reynolds et, en particulier, des écoulements à bulles. Un peu comme l'écoulement au travers d'une grille fixe a été utilisé pour reproduire les propriétés de la turbulence homogène isotrope, nous souhaitions disposer d'un modèle expérimental simplifié pour étudier les propriétés de la pseudo-turbulence diphasique. Les études précédentes, conduites au sein du groupe Interface de l'IMFT, avaient suggéré que l'agitation de l'écoulement à travers un réseau aléatoire de sphères fixes devait présenter des caractéristiques analogues à celles observées dans un essaim de bulles en ascension dans un liquide au repos. Le sujet de cette thèse était de concevoir le dispositif expérimental correspondant et de conduire l'investigation de l'écoulement ainsi produit.

La première étape a été de concevoir un canal hydraulique. Le nombre de Reynolds basé sur la taille des sphères devant être de quelques centaines et les dimensions du canal devant être suffisamment grandes par rapport aux sphères, le nombre de Reynolds Re_c de l'écoulement dans le canal fut choisi pour pouvoir être varié de 1000 à 10000. Pour un canal de grande longueur, l'écoulement devrait être successivement laminaire, transitionnel puis turbulent lorsque Re_c croît dans cette gamme. En pratique, notre veine d'essai débutait peu après un convergent de grand rapport de section et les couches limites aux parois n'avaient pas le temps de se développer significativement. L'écoulement dans la zone centrale n'en était pas pour autant laminaire car des fluctuations de vitesse importantes, produites dans le réservoir amont, étaient convectées dans la veine d'essai. Une exploration du champ de vitesse a montré que quelle que soit son origine exacte, on avait affaire à de la turbulence développée isotrope exhibant dans son spectre une zone inertielle en puissance $-5/3$ du nombre d'onde.

L'étude de l'effet de la turbulence de l'écoulement incident sur le sillage d'une sphère est peu documenté dans la littérature. En particulier, aucun travail ne concernait le cas où l'intensité de la fluctuation de vitesse à l'échelle de la sphère était comparable à la vitesse de l'écoulement incident. Cette situation correspond en fait au cas d'une bulle au sein d'un essaim en ascension et qui est donc immergée dans l'agitation produite par le déplacement

des autres bulles. Avant d'introduire le réseau de sphères dans le canal, nous avons décidé d'étudier l'effet de cette turbulence sur le sillage d'une sphère unique.

Nous avons donc conduit l'investigation du sillage d'une sphère de diamètre d dans un écoulement incident pour des nombres de Reynolds de sphères Re_s compris entre 100 et 1000, des intensités turbulentes comprises entre 0,1 et 0,3 et une échelle intégrale de la turbulence Λ d'environ $3d$. Les fluctuations de vitesse dans le sillage résultent d'une combinaison complexe de plusieurs contributions : (i) la turbulence externe distordue par l'écoulement potentiel au voisinage de la sphère et par l'écoulement dans le sillage, (ii) les tourbillons de sillages et (iii) la turbulence produite par le cisaillement dans le sillage. Quant au mouvement moyen, son évolution est maîtrisée par la turbulence externe et on observe une atténuation du déficit de vitesse en z^{-2} , où z est la distance à l'aval de la sphère. Ces résultats constituent en soi une contribution à l'étude des sillages. Dans le cadre de cette thèse, ils constituent surtout une situation de référence pour l'étude des sillages dans un réseau de sphères.

La conception du réseau aléatoires de sphères a nécessité de trouver un juste compromis entre idéal théorique et contraintes techniques. D'un côté nous souhaitons un modèle représentatif d'un réseau d'extension infinie dont les positions des sphères fussent statistiquement indépendantes les unes des autres. De l'autre, la veine d'essai devait être un tronçon de canal à section carré de quelques décimètres, il fallait introduire des supports pour maintenir les sphères et enfin nous devons ménager un maximum d'accès optiques pour permettre les mesures par LDA et PIV en un maximum de points de l'écoulement. La solution retenue a consisté à tirer au sort les positions de 200 sphères placées sur 97 tiges traversant le canal de part en part dans la direction horizontale y . Les dimensions du réseau étant de $0,22 \times 0,22 \times 0,80 m^3$, cela correspondait à une fraction volumique α des sphères égale à 2%. Après avoir exploré l'évolution de l'écoulement sur l'axe du canal, nous avons décidé que la veine d'essai serait constituée de la seconde partie du réseau dans laquelle l'agitation ne dépendait presque plus de la côte verticale z . Le dispositif expérimental final avait deux imperfections dont il était à ce stade difficile de juger l'importance. Premièrement, si la densité de probabilité de paire des distances entre sphères était très proche de celle de la situation idéale souhaitée, le fait que les centres des sphères doivent être sur des tiges dont les

positions étaient discrètes conduisait à l'existence d'un pic dans la densité de probabilité des angles des segments joignant les paires de sphères. Deuxièmement, l'agencement des hublots ménagés sur les faces du canal entre les supports des tiges ne permettait pas de faire des mesures de la vitesse de l'écoulement par PIV en tous les points de la veine d'essai.

L'agitation de l'écoulement qui passe au travers du réseau est le résultat des perturbations engendrées par chaque sphère et des interactions entre ces perturbations. Réciproquement, l'écoulement autour de chaque sphère, et en particulier son sillage, est modifié par l'agitation générale qui existe dans le réseau. Agitation générale et écoulement dans le voisinage de chaque sphère sont les deux facettes d'un même phénomène qui ne peuvent se comprendre séparément. Nous avons commencé par étudier l'écoulement dans le sillage d'une sphère appartenant au réseau. Comme pour la sphère isolée dans la turbulence du canal, l'agitation dans le sillage est maîtrisée par la turbulence externe et le sillage décroît plus vite que dans un écoulement incident uniforme laminaire. Cependant, la structure de l'agitation est différente et, surtout, le sillage s'atténue considérablement plus vite que pour la sphère isolée, au point d'avoir pratiquement totalement disparu à seulement trois diamètres en aval. Étonnamment, le sillage s'élargit lentement avec la distance à la sphère et son atténuation accélérée ne s'explique pas par une augmentation de la diffusion latérale de la quantité de mouvement longitudinale ; ni la diffusion visqueuse ni la diffusion turbulente ne sont suffisantes pour cela. En fait, l'atténuation du sillage est due à l'existence d'un gradient de pression négatif qui traduit probablement la perturbation collective des sphères environnantes.

Nous avons ensuite conduit l'investigation de l'agitation dans le réseau en oubliant les positions exactes des sphères mais en distinguant tout de même deux régions particulières, la région dite *proche* qui contenait systématiquement les sillages de certaines sphères et la *région lointaine* qui excluait la présence de sphères dans son proche amont.

Notre description de l'agitation s'est appuyée sur la décomposition des fluctuations en deux contributions, les fluctuations spatiales qui correspondent aux inhomogénéités locales de l'écoulement et les fluctuations temporelles qui résultent des instabilités hydrodynamiques. L'étude des bilans de quantité de mouvement et d'énergie de ces deux contributions dans les deux types de régions nous a permis de tracer le portrait détaillé de l'agitation. La présence des sphères crée de fortes inhomogénéités spatiales dans la direction longitudinale. Même à

une distance suffisante pour que les sillages des sphères aient disparu, il subsiste de forts gradients longitudinaux, à peu près constants, des fluctuations spatiales verticales. Il en résulte un équilibre entre la décélération du fluide et un gradient de pression positif. Du point de vue énergétique, les fluctuations spatiales sont régies par un équilibre entre le transport par la vitesse débitante et la pression. On a donc à faire à un écoulement fortement intermittent, marqué par de grandes variations spatiales de la vitesse et de la pression d'une région à une autre. Au premier ordre, les fluctuations spatiales de la vitesse verticale dominent toutes les autres contributions ; en particulier elles ne sont pas influencées significativement par les fluctuations temporelles. Les fluctuations temporelles de la vitesse sont régies par un tout autre mécanisme. A petit nombre de Reynolds, ni les sillages individuels des sphères, ni leur interactions ne sont capables de produire de la turbulence. L'agitation temporelle provient alors de la turbulence de l'écoulement incident qui, fortement distordue par sa traversée du réseau, est devenue fortement anisotrope. A partir d'un certain nombre de Reynolds (230 dans la *région lointaine* et 650 dans la *région proche*) les inhomogénéités spatiales commencent à produire de l'agitation temporelle.

Ensuite, nous avons proposé une description statistique complète de l'agitation homogénéisée à l'échelle du réseau sans plus nous soucier des positions des sphères ni de régions particulières. Cette description s'appuie sur les densités de probabilités (*d.d.p.*) et les densités spectrales d'énergie (*p.s.d.*) des fluctuations spatiales, temporelles et totales. Pour peu que le nombre de Reynolds soit suffisant ($Re_s \geq 650$) on obtient les principaux résultats suivants. Les fluctuations temporelles sont à peu près isotropes et leur énergie comme la forme de leurs *d.d.p.* et de leurs spectres sont indépendants du nombre de Reynolds. Les fluctuations spatiales transversales ont des caractéristiques semblables aux fluctuations temporelles. Seules les fluctuations spatiales longitudinales adoptent un comportement différent en gardant une certaine dépendance au nombre de Reynolds et en présentant des *d.d.p.* dissymétriques avec une longue queue du côté des basses vitesses. Les fluctuations totales résultent de la combinaison des fluctuations temporelles et spatiales. Pour comprendre leur comportement il faut connaître le poids relatif chacune de ces contributions. Dans la direction transversale, les fluctuations temporelles dominent complètement. Dans la direction longitudinale, les fluctuations spatiales ont beaucoup plus d'énergie que les fluctuations temporelles. Elles ne dominent cependant les fluctuations temporelles qu'aux grandes longueurs d'onde, ces dernières retrouvant leur hégémonie aux petites longueurs d'onde. En

fin de compte, les fluctuations totales transversales présentent des *d.d.p.* symétriques et des spectres indépendants du nombre de Reynolds, tandis que les fluctuations totales longitudinales présentent des spectres indépendants de Re_s , sauf dans une gamme limitée de longueurs d'onde comprises entre $1/3$ et $1/10$ de l'échelle intégrale, et des *d.d.p.* dissymétriques.

Les fluctuations totales dans le réseau ont ensuite été comparées aux fluctuations de vitesse du liquide dans des essaims de bulles en ascension pour des nombres de Reynolds et des fractions volumiques semblables. Les densités de probabilités, les densités spectrales d'énergie et l'atténuation des sillages ont été trouvées en remarquable accord. Notamment, l'évolution de la densité spectrale de la densité d'énergie en puissance trois de la longueur d'onde λ est retrouvée ici de manière spectaculaire.

Nous pensons donc pouvoir conclure que les résultats obtenus dans cette étude sont pertinents pour guider la réflexion théorique sur la pseudo-turbulence diphasique. Ils sont plus complets que ceux obtenus dans les essaims de bulles car ils permettent la séparation des fluctuations spatiales et temporelles, dont les natures physiques sont radicalement différentes. On sait par exemple maintenant quels sont leurs importances relatives selon les directions et les gammes de longueurs d'onde. On sait aussi que si l'évolution des densités d'énergie spectrales en λ^3 s'observe à la fois pour les fluctuations spatiales et temporelles, ce sont les fluctuations temporelles qui dominent le spectre total dans la gamme de longueurs d'onde correspondante.

L'écoulement au travers de notre réseau de sphères est en fin de compte un modèle expérimental représentatif de la pseudo-turbulence dans les écoulements diphasiques à phase dispersée. Il va pouvoir maintenant être utilisé pour étudier l'action de cette agitation sur les phénomènes clés pour les applications impliquant des écoulements à phase dispersée : le transport de la chaleur, le mélange d'espèces dissoutes et les transferts de masse ou de chaleur à travers les interfaces entre les phases.

Bibliographies

Bibliographies

Bagchi, P. & Balachandar, S. 2004 *Response of the wake an isolated particle to an isotropic turbulent flow*. J. Fluid Mech., 518, 95–123.

Bakić, V. 2004 *Experimental investigation of a flow around a sphere*. Thermal Science, 8, 63-81.

Batchelor, G. K. 1967 *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge University Press.

Britter, R. E., Hunt J. C. R. & Mumford, J. C. 1979 *The distorsion of turbulence by a circular cylinder*. J. Fluid Mech., 92, 269–301.

Calfish R. E. & Luke, H. C. 1985 *Variance in the sedimentation speed of a suspension*. Phys. Fluids, 28, 759–760.

Cartellier, A., & Rivière, R. 2001 *Bubble-induced agitation and microstructure in uniform bubbly flows at small to moderate particle Reynolds numbers*. Phys. Fluids, 13, 2165–2181.

Cid, E. & Gardelle, F. 2005 *Manuel d'utilisation du logiciel PIVis*. Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.

Clift, R., Grace, J. R. & Weber, M. E. 1978 *Bubbles, drops and particles*. Academic Press.

Drew D. A. 1983 *Mathematical modelling of two-phase flow*, Ann. Rev. Fluid Mech., 15, 261-291.

Durbin, P. A. 1981 *Distorted turbulence in axisymmetric flow*. Quarterly Jnl of Mechanics & App. Maths., 34, 489–500.

Eames, I., Roig, V., Hunt, J. C. R. & Belcher, S. E. 2004 *Vorticity annihilation and inviscid blocking in multibody fows*. In *Flow and transport processes with complex obstructions*. NATO Science Series. Amsterdam, The Netherlands: Springer.

Ellingsen, K. 1998 *Hydrodynamique des écoulements pilotés par l'ascension de bulles d'air virevoltantes*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique, Toulouse.

Fornberg, B. 1988 *Steady viscous flow past a sphere at high Reynolds number*. J. Fluid Mech., 190, 487-545

Hinze, J.O. 1959 *Turbulence*, McGraw Hill, Oxford.

Hunt, J.C.R. & Eames, I. 2002 *The disappearance of laminar and turbulent wakes in complex flows*. J. Fluid Mech., 457, 111–132.

Ishi M. 1975 *Thermo-fluid dynamics theory of two-phase flow*. Eyrolles, Collection de la direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France.

Johnson, T. A. & Patel, V. C. 1999 *Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300*. J. Fluid Mech., 378, 19-71.

Kim, I., Elghobashi, S. & Sirignano W. A. 1993 *Three-dimensional flow over two spheres placed side by side*. J. Fluid Mech., 246, 465-488.

Koch, D. L. 1993 *Hydrodynamic diffusion in dilute sedimenting suspensions at moderate Reynolds numbers*. Phys. Fluids A, 5, 1141–1155.

Koch, D. L. & Ladd, A. J. C. 1997 *Moderate Reynolds number flows through periodic and random arrays of aligned cylinders*. J. Fluid Mech. 349, 31-66.

Lance, M. & Bataille, J. 1991 *Turbulence in the liquid phase of a uniform bubbly air-water flow*. J. Fluid Mech., 222, 95–118.

Larue de Tournemine, A. 2001 *Etude expérimentale de l'effet du taux de vide en écoulement diphasique à bulles*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique, Toulouse.

Legendre, D., Merle, A. & Magnaudet, J. 2006 *Wake of a spherical bubble or a solid sphere set fixed in a turbulent environment*. Phys. Fluids, 18.

- Magnaudet, J., Rivero, M. & Fabre, J. 1995 *Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. Part 1. Steady straining flow*. J. Fluid Mech., 284, 97-135.
- Martinez-Mercado, J., Palacios-Morales, C. & Zenit, R. 2007 *Measurement of pseudo-turbulence intensity in mono-dispersed bubbly liquids*. Phys. Fluids, vol. 19, pp. 103302.
- Messadek, K. & Moreau, R. 2002 *An experimental investigation of MHD quasi-two-dimensional turbulent shear flows*, J. Fluid Mech., 456, 137-159.
- Ormières, D. & Provansal, M. 1999 *Transition to Turbulence in the wake of a sphere*. Physical Review Letters, 83-1, 80–83.
- Parthasarathy, R. N. & Faeth, G. M. 1990 *Turbulence modulation in homogeneous dilute particle-laden flows*. J. Fluid Mech., 220, 485–514.
- Pedlosky, J. 1987 *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer.
- Riboux, G. 2007 *Hydrodynamique d'un essaim de bulles en ascension*. Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique, Toulouse.
- Rimon, Y. & Cheng, S. I. 1969 *Numerical solution of a uniform flow over a sphere at intermediate Reynolds numbers*. Phys. Fluids, 12, 949.
- Risso, F. & Ellingsen, K. 2002 *Velocity fluctuations in a homogeneous dilute dispersion of high-Reynolds-number rising bubbles*. J. Fluid Mech., 453, 395–410.
- Risso, F. & Legendre, D. 2003 *Velocity fluctuations induced by high-Reynolds-number rising bubbles: experiments and numerical simulations*. ERCOFTAC Bulletin, March, 41–45.
- Risso, F., Roig, V., Amoura, Z., Riboux, G. & Billet, A.M. 2008 *Wake attenuation in large Reynolds number dispersed two-phase flows*. Phil. Trans. R. Soc. A, 366, 2177-2190.

Roig, V. & Larue de Tournemine, A. 2007 *Measurement of interstitial velocity of homogeneous bubble flows at low to moderate void fraction*. J. Fluid Mech., 572, 87–110.

Sommeria, J. & Moreau, R. 1982 *Why, how and when, MHD turbulence becomes two-dimensional*. J. Fluid Mech., 118, 507-518.

Thais, L. & Magnaudet, J. 1996 *Turbulent structure beneath surface gravity waves sheared by the wind*. J. Fluid Mech., 328, 313-344

Tennekes, H. & Lumley, J. L. 1972 *A first course in turbulence*. The MIT Press.

Uberoi, M. S. & Freymuth, P. 1970 *Turbulent Energy Balance and Spectra of Axisymmetric Wake*. Phys. Fluids ,13-9, 2205–2210.

Wang, S. K., Lee, S. J., O. C. Jones, J. & R. T. Lahey, J. 1990 *Statistical analysis of turbulent two-phase flow*. J. Fluid Engng. 112, 89–95.

Westerweel J. 1993 *Digital Particle Image Velocimetry*, Delft University Press

White, B. L. & Nepf, H.M. 2003 *Scalar transport in random cylinder arrays at moderate Reynolds number*. J. Fluid Mech., 487, 43–79.

Wu, J. S. & Feath, G. M. 1994-*a Sphere wakes at moderate Reynolds numbers in a turbulent environment*. AIAA Journal, 32, 535–541.

Wu, J. S. & Feath, G. M. 1994-*b Effect of ambient turbulence intensity on sphere wakes at intermediate Reynolds numbers*. AIAA Journal, 33, 171–173.

Annexe A

Positions des sphères dans le réseau et des points de mesures LDA pour la méthode *EAP*

1. Positions des sphères dans le réseau aléatoire

Les coordonnées des 200 sphères du réseau aléatoire sont données dans le tableau suivant. Précisons que l'origine des coordonnées est ici située à la fin de la veine d'essai (comme indiqué sur la figure 1).

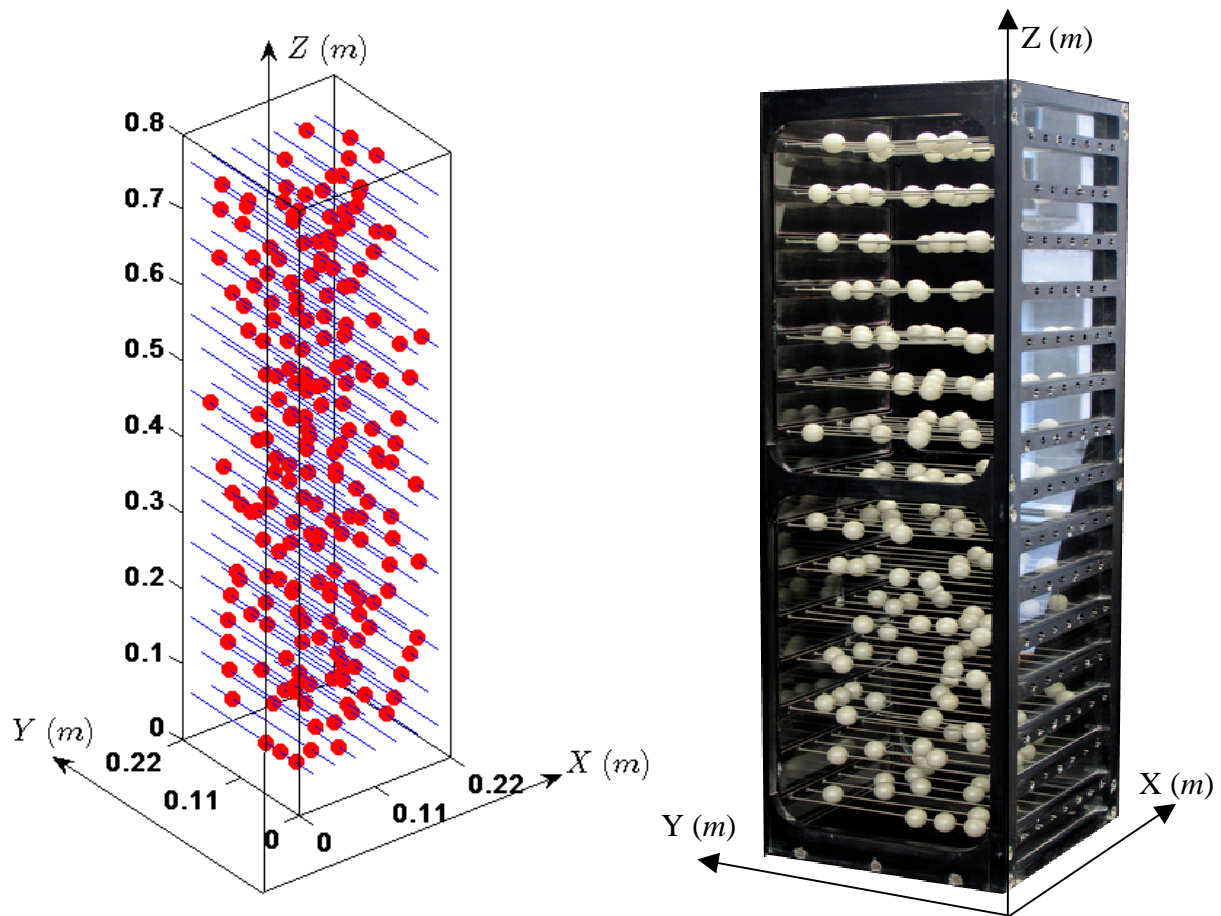


Figure 1 : Origine des coordonnées des sphères dans le réseau.

Numéro de la sphère	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	0.0200	0.0320	0.0500
2	0.0200	0.0901	0.0500
3	0.0500	0.1915	0.0500
4	0.0800	0.0301	0.0500
5	0.1100	0.1308	0.0500
6	0.1400	0.0840	0.0500
7	0.1700	0.0558	0.0500
8	0.2000	0.0805	0.0500
9	0.0350	0.1772	0.1000
10	0.0650	0.1559	0.1000
11	0.0950	0.0325	0.1000
12	0.1250	0.0804	0.1000
13	0.1550	0.0962	0.1000
14	0.1850	0.1630	0.1000
15	0.0200	0.1598	0.1500
16	0.0500	0.2005	0.1500
17	0.0800	0.1955	0.1500
18	0.1100	0.1039	0.1500
19	0.1400	0.0731	0.1500
20	0.1700	0.0881	0.1500
21	0.2000	0.0369	0.1500
22	0.0350	0.0399	0.2000
23	0.0650	0.1977	0.2000
24	0.0950	0.1381	0.2000
25	0.1250	0.1050	0.2000
26	0.1550	0.0623	0.2000
27	0.1850	0.2076	0.2000
28	0.0200	0.1426	0.2500
29	0.0500	0.1023	0.2500
30	0.0800	0.0677	0.2500
31	0.1100	0.0782	0.2500
32	0.1400	0.1942	0.2500
33	0.1700	0.1403	0.2500
34	0.2000	0.0349	0.2500
35	0.0350	0.1145	0.3000
36	0.0650	0.1939	0.3000
37	0.0950	0.1782	0.3000
38	0.1250	0.0463	0.3000
39	0.1550	0.0271	0.3000
40	0.1850	0.1112	0.3000
41	0.0200	0.1525	0.3500
42	0.0500	0.1280	0.3500
43	0.0800	0.0733	0.3500
44	0.1100	0.1629	0.3500
45	0.1400	0.1134	0.3500
46	0.1700	0.1554	0.3500
47	0.2000	0.1089	0.3500
48	0.0350	0.0925	0.4000

49	0.0650	0.0680	0.4000
50	0.0950	0.0559	0.4000
51	0.1250	0.1781	0.4000
52	0.1550	0.0554	0.4000
53	0.1850	0.1026	0.4000
54	0.0200	0.1942	0.4500
55	0.0500	0.1411	0.4500
56	0.0800	0.1171	0.4500
57	0.1100	0.0486	0.4500
58	0.1400	0.1007	0.4500
59	0.1700	0.1345	0.4500
60	0.2000	0.1394	0.4500
61	0.0350	0.0842	0.5000
62	0.0650	0.1281	0.5000
63	0.0950	0.1113	0.5000
64	0.1250	0.1842	0.5000
65	0.1550	0.0465	0.5000
66	0.1850	0.1550	0.5000
67	0.0200	0.0117	0.5500
68	0.0500	0.1333	0.5500
69	0.0800	0.2093	0.5500
70	0.1100	0.1949	0.5500
71	0.1400	0.1871	0.5500
72	0.1700	0.1693	0.5500
73	0.2000	0.1739	0.5500
74	0.0350	0.0950	0.6000
75	0.0650	0.0697	0.6000
76	0.0950	0.0360	0.6000
77	0.1250	0.2017	0.6000
78	0.1550	0.1015	0.6000
79	0.1850	0.1255	0.6000
80	0.0200	0.1776	0.6500
81	0.0500	0.1527	0.6500
82	0.0800	0.0806	0.6500
83	0.1100	0.1022	0.6500
84	0.1400	0.1917	0.6500
85	0.1700	0.0802	0.6500
86	0.2000	0.1142	0.6500
87	0.0350	0.1941	0.7000
88	0.0650	0.1822	0.7000
89	0.0950	0.0689	0.7000
90	0.1250	0.1040	0.7000
91	0.1550	0.0353	0.7000
92	0.1850	0.1763	0.7000
93	0.0200	0.1707	0.7500
94	0.0500	0.0960	0.7500
95	0.0800	0.0923	0.7500
96	0.1100	0.0359	0.7500
97	0.1400	0.1033	0.7500
98	0.1700	0.1288	0.7500

99	0.2000	0.1650	0.7500
100	0.0200	0.0617	0.0500
101	0.0500	0.0425	0.0500
102	0.0800	0.1543	0.0500
103	0.1100	0.0760	0.0500
104	0.1400	0.1642	0.0500
105	0.1700	0.1577	0.0500
106	0.2000	0.1781	0.0500
107	0.0350	0.0152	0.1000
108	0.0650	0.0925	0.1000
109	0.0950	0.1227	0.1000
110	0.1250	0.0383	0.1000
111	0.1550	0.1304	0.1000
112	0.1850	0.0498	0.1000
113	0.0200	0.0342	0.1500
114	0.0500	0.0903	0.1500
115	0.0800	0.0235	0.1500
116	0.1100	0.2060	0.1500
117	0.1400	0.1257	0.1500
118	0.1700	0.0129	0.1500
119	0.2000	0.1469	0.1500
120	0.0350	0.1735	0.2000
121	0.0650	0.0765	0.2000
122	0.0950	0.1851	0.2000
123	0.1250	0.0498	0.2000
124	0.1550	0.1030	0.2000
125	0.1850	0.0724	0.2000
126	0.0200	0.0271	0.2500
127	0.0500	0.0754	0.2500
128	0.0800	0.0467	0.2500
129	0.1100	0.1601	0.2500
130	0.1400	0.1600	0.2500
131	0.1700	0.0507	0.2500
132	0.2000	0.1642	0.2500
133	0.0350	0.0843	0.3000
134	0.0650	0.1738	0.3000
135	0.0950	0.0848	0.3000
136	0.1250	0.1006	0.3000
137	0.1550	0.0857	0.3000
138	0.1850	0.0688	0.3000
139	0.0200	0.1041	0.3500
140	0.0500	0.2071	0.3500
141	0.0800	0.0960	0.3500
142	0.1100	0.1860	0.3500
143	0.1400	0.0759	0.3500
144	0.1700	0.2007	0.3500
145	0.2000	0.0394	0.3500
146	0.0350	0.0656	0.4000
147	0.0650	0.1609	0.4000
148	0.0950	0.1110	0.4000

149	0.1250	0.1449	0.4000
150	0.1550	0.0295	0.4000
151	0.1850	0.0590	0.4000
152	0.0200	0.0895	0.4500
153	0.0500	0.0530	0.4500
154	0.0800	0.0265	0.4500
155	0.1100	0.2052	0.4500
156	0.1400	0.2005	0.4500
157	0.1700	0.0335	0.4500
158	0.2000	0.1732	0.4500
159	0.0350	0.0348	0.5000
160	0.0650	0.0421	0.5000
161	0.0950	0.0790	0.5000
162	0.1250	0.1582	0.5000
163	0.1550	0.0804	0.5000
164	0.1850	0.0323	0.5000
165	0.0200	0.0339	0.5500
166	0.0500	0.1604	0.5500
167	0.0800	0.0321	0.5500
168	0.1100	0.0963	0.5500
169	0.1400	0.1344	0.5500
170	0.1700	0.0315	0.5500
171	0.2000	0.0296	0.5500
172	0.0350	0.1722	0.6000
173	0.0650	0.1692	0.6000
174	0.0950	0.1825	0.6000
175	0.1250	0.0223	0.6000
176	0.1550	0.1605	0.6000
177	0.1850	0.2053	0.6000
178	0.0200	0.0310	0.6500
179	0.0500	0.0817	0.6500
180	0.0800	0.1582	0.6500
181	0.1100	0.0801	0.6500
182	0.1400	0.1234	0.6500
183	0.1700	0.1445	0.6500
184	0.2000	0.1739	0.6500
185	0.0350	0.1520	0.7000
186	0.0650	0.0757	0.7000
187	0.0950	0.1340	0.7000
188	0.1250	0.1874	0.7000
189	0.1550	0.1578	0.7000
190	0.1850	0.1272	0.7000
191	0.0200	0.1227	0.7500
192	0.0500	0.0688	0.7500
193	0.0800	0.0128	0.7500
194	0.1100	0.1705	0.7500
195	0.1400	0.0674	0.7500
196	0.1700	0.2083	0.7500
197	0.2000	0.1156	0.7500
198	0.1100	0.1703	0.0500

199	0.0800	0.1629	0.1500
200	0.1400	0.1513	0.4500

2. Positions des points de mesures LDA pour la méthode *EAP*

Le tableau suivant présente les positions des points des mesures LDA utilisés au Chapitre 6 pour la méthode par Echantillonnage Aléatoire Ponctuel (*EAP*). Seuls les vingt premiers points (en gras) ont été utilisés pour les essais à $Re_s = 119$ et 340 tandis que l'ensemble des points a été utilisé à $Re_s = 650$ et 1037 .

Numéro du point de mesure	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	0.0938	0.1809	0.0732
2	0.1859	0.1529	0.1205
3	0.0748	0.0541	0.1274
4	0.0450	0.0565	0.1295
5	0.1287	0.0690	0.1295
6	0.1105	0.1477	0.2216
7	0.0227	0.1544	0.2280
8	0.1022	0.0233	0.3786
9	0.1094	0.1820	0.3787
10	0.1426	0.0883	0.3827
11	0.0209	0.1197	0.0836
12	0.1457	0.1552	0.1250
13	0.0910	0.1736	0.2718
14	0.1572	0.0624	0.2771
15	0.1144	0.0919	0.3198
16	0.0509	0.0244	0.2277
17	0.1139	0.1969	0.3199
18	0.0222	0.0702	0.2222
19	0.1562	0.0680	0.2334
20	0.0592	0.1575	0.0701
21	0.0507	0.1990	0.1819
22	0.0974	0.1803	0.2705
23	0.0480	0.0544	0.1767
24	0.0622	0.1188	0.3295
25	0.1329	0.1458	0.1692
26	0.0869	0.0965	0.2284
27	0.0849	0.1187	0.1285
28	0.1275	0.0289	0.2213
29	0.1462	0.1932	0.2752
30	0.1849	0.1284	0.1261

Annexe B

Les équations des bilans d'énergie cinétique

Dans cette annexe nous présentons les équations complètes des trois bilans d'énergie cinétique, qui ont été présentées sous forme simplifiée dans le chapitre 5.

1. Bilan d'énergie cinétique moyenne :

Equation complète du bilan d'énergie cinétique moyenne en coordonnées cartésiennes, obtenue par multiplication scalaire de l'équation de Navier-Stokes par U_i et après prise de moyenne.

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & U_x \cdot U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \rangle_h}{\partial x} + U_x \cdot U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \rangle_h}{\partial y} + U_x \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \rangle_h}{\partial z} + U_x \cdot U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial x} + U_y \cdot U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial y} \\
 & + U_y \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial z} + U_x \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial x} + U_y \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial y} + U_z \cdot U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial z} + U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s}^2 \rangle_h}{\partial x} \\
 & + U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \cdot \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial y} + U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \cdot \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial z} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \cdot \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial x} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s}^2 \rangle_h}{\partial y} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s} \cdot \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial z} \\
 & + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^s} \cdot \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial x} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^s} \cdot \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial y} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^s}^2 \rangle_h}{\partial z}
 \end{aligned} \right\} Adv_M \\
 & \left. \begin{aligned}
 & + U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x' u_x'} \rangle_h}{\partial x} + U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x' u_y'} \rangle_h}{\partial y} + U_x \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x' u_z'} \rangle_h}{\partial z} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x' u_y'} \rangle_h}{\partial x} + U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y' u_y'} \rangle_h}{\partial y} \\
 & + U_y \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y' u_z'} \rangle_h}{\partial z} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x' u_z'} \rangle_h}{\partial x} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y' u_z'} \rangle_h}{\partial y} + U_z \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z' u_z'} \rangle_h}{\partial z}
 \end{aligned} \right\} Dturb_M \\
 & \left. \begin{aligned}
 & - U_x \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_x^s} \rangle_h}{\partial x^2} - U_x \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_x^s} \rangle_h}{\partial y^2} - U_x \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_x^s} \rangle_h}{\partial z^2} - U_y \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial x^2} - U_y \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial y^2} \\
 & - U_y \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^s} \rangle_h}{\partial z^2} - U_z \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial x^2} - U_z \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial y^2} - U_z \cdot \nu \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^s} \rangle_h}{\partial z^2}
 \end{aligned} \right\} DM_M \\
 & + \frac{U_x}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \langle \overline{p^s} \rangle_h}{\partial x} \right) + \frac{U_y}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \langle \overline{p^s} \rangle_h}{\partial y} \right) + \frac{U_z}{\rho} \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \langle \overline{p^s} \rangle_h}{\partial z} \right) \left\} TP_M
 \end{aligned}$$

$$=$$

$$0$$

2. Bilan d'énergie cinétique spatiale :

Equation complète du bilan d'énergie cinétique spatiale en coordonnées cartésiennes, obtenue par multiplication scalaire de l'équation de Navier-Stokes par $\overline{u_i^S}$ et après prise de moyenne.

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \frac{U_x}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial x} + \frac{U_y}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial y} + \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial z} + \frac{U_x}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial x} + \frac{U_y}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial y} \\
& + \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial z} + \frac{U_x}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial x} + \frac{U_y}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial y} + \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial x} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \cdot \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \cdot \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \cdot \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial z} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \cdot \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial z}
\end{aligned} \right\} Adv_s \\
& \left. \begin{aligned}
& + \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \cdot \overline{u_x'} \cdot \overline{u_x'} \rangle_h}{\partial x} + \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \cdot \overline{u_x'} \cdot \overline{u_y'} \rangle_h}{\partial y} + \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \cdot \overline{u_x'} \cdot \overline{u_z'} \rangle_h}{\partial z} + \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_y'} \cdot \overline{u_x'} \rangle_h}{\partial x} + \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_y'} \cdot \overline{u_y'} \rangle_h}{\partial y} \\
& + \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \cdot \overline{u_y'} \cdot \overline{u_z'} \rangle_h}{\partial z} + \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \cdot \overline{u_z'} \cdot \overline{u_x'} \rangle_h}{\partial x} + \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \cdot \overline{u_z'} \cdot \overline{u_y'} \rangle_h}{\partial y} + \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \cdot \overline{u_z'} \cdot \overline{u_z'} \rangle_h}{\partial z}
\end{aligned} \right\} D_{turb_s} \\
& \left. \begin{aligned}
& - \langle \overline{u_x'} \cdot \overline{u_x'} \cdot \frac{\partial \overline{u_x^S}}{\partial x} \rangle_h - \langle \overline{u_x'} \cdot \overline{u_y'} \cdot \frac{\partial \overline{u_x^S}}{\partial y} \rangle_h - \langle \overline{u_x'} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_x^S}}{\partial z} \rangle_h - \langle \overline{u_x'} \cdot \overline{u_y'} \cdot \frac{\partial \overline{u_y^S}}{\partial x} \rangle_h - \langle \overline{u_y'} \cdot \overline{u_y'} \cdot \frac{\partial \overline{u_y^S}}{\partial y} \rangle_h \\
& - \langle \overline{u_y'} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_y^S}}{\partial z} \rangle_h - \langle \overline{u_x'} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_z^S}}{\partial x} \rangle_h - \langle \overline{u_z'} \cdot \overline{u_y'} \cdot \frac{\partial \overline{u_z^S}}{\partial y} \rangle_h - \langle \overline{u_z'} \cdot \overline{u_z'} \cdot \frac{\partial \overline{u_z^S}}{\partial z} \rangle_h
\end{aligned} \right\} P_{turb_s} \\
& \left. \begin{aligned}
& - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial x^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial y^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_x^S} \rangle_h}{\partial z^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial x^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial y^2} \\
& - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_y^S} \rangle_h}{\partial z^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial x^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial y^2} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u_z^S} \rangle_h}{\partial z^2}
\end{aligned} \right\} DM_s \\
& \left. \begin{aligned}
& + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_x^S}}{\partial x} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_x^S}}{\partial y} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_x^S}}{\partial z} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_y^S}}{\partial x} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_y^S}}{\partial y} \right)^2 \rangle_h \\
& + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_y^S}}{\partial z} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_z^S}}{\partial x} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_z^S}}{\partial y} \right)^2 \rangle_h + \nu \cdot \langle \left(\frac{\partial \overline{u_z^S}}{\partial z} \right)^2 \rangle_h
\end{aligned} \right\} Diss_s \\
& \left. \begin{aligned}
& + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_x^S} \cdot (P + \overline{p^S}) \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_y^S} \cdot (P + \overline{p^S}) \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u_z^S} \cdot (P + \overline{p^S}) \rangle_h}{\partial z}
\end{aligned} \right\} TP_s
\end{aligned}$$

=

0

3. Bilan d'énergie cinétique temporelle :

Equation complète du bilan d'énergie cinétique temporelle en coordonnées cartésiennes, obtenue par multiplication scalaire de l'équation de Navier-Stokes par u_i' et après prise de moyenne.

$$\begin{aligned}
& \left. \begin{aligned}
& \frac{U_x}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial x} + \frac{U_y}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial y} + \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial z} + \frac{U_x}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial x} + \frac{U_y}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial y} \\
& + \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial z} + \frac{U_x}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial x} + \frac{U_y}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial y} + \frac{U_z}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_x} \cdot \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial x} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_y} \cdot \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_z} \cdot \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_x} \cdot \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_y} \cdot \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial y} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_z} \cdot \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_x} \cdot \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_y} \cdot \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^2_z} \cdot \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial z}
\end{aligned} \right\} Adv_T \\
& \left. \begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^3_x} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_y} \cdot \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_z} \cdot \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^3_y} \rangle_h}{\partial y} \\
& + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_z} \cdot \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial z} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_y} \cdot \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'^3_z} \rangle_h}{\partial z}
\end{aligned} \right\} DTurb_T \\
& \left. \begin{aligned}
& + \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'_x} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_x}}{\partial x} \rangle_h + \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'_y} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_x}}{\partial y} \rangle_h + \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'_z} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_x}}{\partial z} \rangle_h + \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'_y} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_y}}{\partial x} \rangle_h \\
& + \langle \overline{u'_y} \cdot \overline{u'_y} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_y}}{\partial y} \rangle_h + \langle \overline{u'_y} \cdot \overline{u'_z} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_y}}{\partial z} \rangle_h + \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{u'_z} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_z}}{\partial x} \rangle_h + \langle \overline{u'_y} \cdot \overline{u'_z} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_z}}{\partial y} \rangle_h \\
& + \langle \overline{u'_z} \cdot \overline{u'_z} \cdot \frac{\partial \overline{u'^2_z}}{\partial z} \rangle_h
\end{aligned} \right\} PTurb_T \\
& \left. \begin{aligned}
& - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial x \partial x} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial y \partial y} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_x} \rangle_h}{\partial z \partial z} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial x \partial x} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial y \partial y} \\
& - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_y} \rangle_h}{\partial z \partial z} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial x \partial x} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial y \partial y} - \frac{\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \langle \overline{u'^2_z} \rangle_h}{\partial z \partial z}
\end{aligned} \right\} DM_T \\
& \left. \begin{aligned}
& + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_x}{\partial x})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_x}{\partial y})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_x}{\partial z})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_y}{\partial x})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_y}{\partial y})^2} \rangle_h \\
& + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_y}{\partial z})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_z}{\partial x})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_z}{\partial y})^2} \rangle_h + \nu \cdot \langle \overline{(\frac{\partial u'_z}{\partial z})^2} \rangle_h
\end{aligned} \right\} Diss_T \\
& \left. \begin{aligned}
& + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_x} \cdot \overline{p'} \rangle_h}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_y} \cdot \overline{p'} \rangle_h}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \langle \overline{u'_z} \cdot \overline{p'} \rangle_h}{\partial z}
\end{aligned} \right\} TP_T
\end{aligned}$$

=

0